

MATEMATIKA

MAMZD26C0T04

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

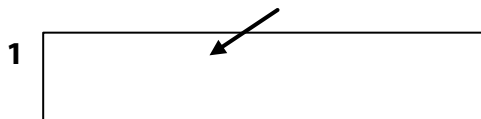
- **Didaktický test** obsahuje **25 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulátor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů. Nelze použít programovatelný kalkulátor.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–14) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 15–25) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšte čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvěte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

1 bod

- 1 Určete množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která je hodnota následujícího výrazu kladná.

$$(x - 7)^2$$

max. 2 body

- 2 Pro $a \in (2; +\infty)$ upravte výraz na co nejjednodušší tvar.

$$\frac{4 - 2a}{2 - \frac{a^2}{2}} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

max. 2 body

- 3 Řešte v oboru $\mathbb{R}$:

$$\frac{1}{x^2 - x} = \frac{7}{2x} - \frac{1}{x - 1}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

max. 2 body

4 Jsou dány množiny:

$$A = (-11; 20),$$

$$B = (a - 1; 4 - a), \text{ kde } a \in \mathbf{R}$$

Průnikem množin A, B je interval $(-11; 18)$.

4.1 **Vypočtete** a .

4.2 **Zapište** intervalem množinu $A \cup B$.

Meze intervalu uveďte čísla, nesmějí obsahovat proměnnou a .

1 bod

5 **Rozložte výraz na součin** mnohočlenů, které nelze dále rozložit (např. na součin lineárních mnohočlenů).

$$3x^3 - 27x =$$

max. 2 body

6 Pro proměnné $m \in \mathbf{R} \setminus \{4\}$, $y \in \mathbf{R} \setminus \{2\}$ platí vztah:

$$my = 2m + 4y$$

Z uvedeného vztahu vyjádřete proměnnou m .

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

Dřevěná bedna má vnitřní prostor tvaru kvádru o objemu $207\,360\text{ cm}^3$.
Změřili jsme vnitřní rozměry bedny: hloubka bedny je 60 cm a délka jejího dna je o polovinu větší než šířka dna.

(CZVV)

max. 2 body

7

7.1 **Vypočtete v cm šířku dna bedny.**

7.2 Vnitřní prostor bedny byl zcela zaplněn shodnými krychlemi o hraně délky a .

Určete v cm největší možnou délku hrany a .

max. 2 body

8 Řešte v oboru $\mathbb{R}$:

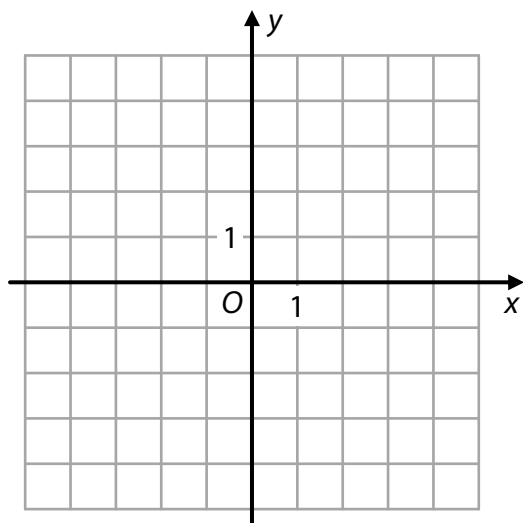
$$\log_2(x + 3) - 2 \cdot \log_2 3 = 3$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Kvadratická funkce f je definována pro všechna $x \in \mathbf{R}$.

V kartézské soustavě souřadnic Oxy má graf funkce f vrchol $V[1; 0]$ a souřadnicovou osu y protíná v bodě $P[0; 1]$.



(CZVV)

max. 2 body

9

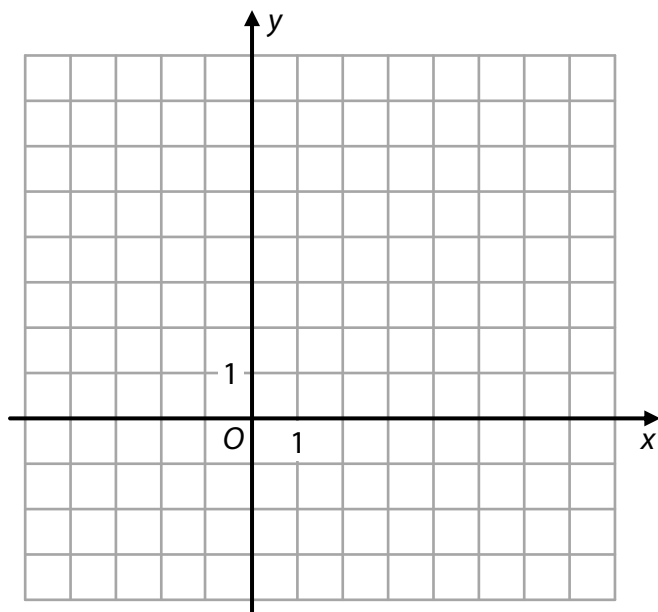
9.1 **Sestavte předpis** funkce f .

9.2 V části kartézské soustavy souřadnic Oxy na obrázku **zakreslete graf** funkce f a **vyznačte** všechny mřížové body, kterými graf funkce f prochází.

V záznamovém archu zakreslete **co největší část** grafu a obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je dán trojúhelník ABC s vrcholy $A[-2; 3]$, $B[1; 5]$, $C[-3; 6]$. Bod $A'[4; 1]$ je vrchol trojúhelníku $A'B'C'$, který je obrazem trojúhelníku ABC ve středové souměrnosti se středem S .



(CZVV)

max. 2 body

10

10.1 **Určete** obě souřadnice středu S .

10.2 V kartézské soustavě souřadnic Oxy **sestrojte** trojúhelníky ABC , $A'B'C'$ a jejich vrcholy **označte** písmeny.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

1 bod

11 V kartézské soustavě souřadnic Oxy protíná přímka m souřadnicové osy v bodech $M[6; 0]$ a $N[0; 4,5]$.

Sestavte obecnou rovnici přímky m .

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Ve virtuální sázkové hře každý hráč vloží jednorázově na prázdný herní účet počáteční vklad a zvolí pevnou procentní sazbu p ($0 < p < 100$) s přesností na desetiny procenta.

V každém kole hry se hráči aktuální zůstatek na herním účtu při výhře o p procent zvýší a při prohře o p procent sníží.

Hra má vždy 4 kola.

(CZVV)

max. 2 body

- 12** V obou částech úlohy zaokrouhlete výsledek na desetiny procenta, dílčí výpočty nezaokrouhľujte.

- 12.1 První hráč zvolil pevnou sazbu 14 % a čtyřikrát za sebou prohrál (tedy v každém kole se mu aktuální zůstatek na herním účtu snížil o 14 %).

Vypočtete, o kolik procent byl zůstatek na herním účtu prvního hráče po skončení hry nižší než jeho počáteční vklad.

- 12.2 Druhý hráč vložil do hry 1 000 korun, čtyřikrát za sebou vyhrál a po zaokrouhlení na celé koruny měl po skončení hry na herním účtu 2 060 korun.

Vypočtete, jakou procentní sazbu zvolil druhý hráč.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

U stadionu jsou dvě parkoviště označená P1 a P2.

Na parkovišti P1 je o 40 parkovacích míst více než na parkovišti P2.

Nyní je auty zaplněna polovina míst na parkovišti P1 a tři čtvrtiny míst na parkovišti P2.

Zároveň platí, že **nyní** je na parkovišti P1 o 10 aut méně než na parkovišti P2.

(CZVV)

max. 2 body

- 13** Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtete, kolik je všech parkovacích míst na obou parkovištích P1 a P2 dohromady.**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, její řešení a odpověď).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Nosnost výtahu je 375 kg. Při překročení této hodnoty výtah nejede.
Ve výtahu jede 5 osob. Jejich hmotnosti v kg nabývají právě 4 různých celočíselných hodnot.
Modus hmotností osob ve výtahu je 72 kg, medián jejich hmotností je 74 kg.

(CZVV)

max. 2 body

14 Určete v kg

- 14.1 **nejmenší** možný aritmetický průměr hmotností osob ve výtahu,
14.2 **největší** možnou hmotnost nejtěžší osoby ve výtahu.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Tři zaměstnanci mají následující mzdy:
Pan Bohatý má 120 000 korun, paní Veselá 80 000 korun a pan Skromný 60 000 korun.

(CZVV)

max. 3 body

15 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- | | A | N |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 15.1 Pan Skromný má o 100 % nižší mzdu než pan Bohatý. | ☐ | ☐ |
| 15.2 Pan Bohatý má o 100 % vyšší mzdu než pan Skromný. | ☐ | ☐ |
| 15.3 Mzda paní Veselé je nižší než mzda pana Bohatého o tolik procent, o kolik procent je mzda paní Veselé vyšší než mzda pana Skromného. | ☐ | ☐ |

2 body

- 16** Pro reálné číslo c platí, že následující rovnice s neznámou x má v oboru $\mathbf{R}$ právě dvě různá řešení, kterými jsou navzájem **opačná** čísla.

$$2x \cdot (x - 2) + c \cdot (x - 2) = 0$$

Jakou hodnotu má číslo c ?

- A) $c = -2$
- B) $c = -1$
- C) $c = 0$
- D) $c = 2$
- E) $c = 4$

2 body

17 V kartézské soustavě souřadnic Oxy je dána přímka:

$$p: x = 3,$$

$$y = 1 - t, \quad t \in \mathbf{R}$$

Které z následujících tvrzení je pravdivé?

- A) Přímka p je rovnoběžná se souřadnicovou osou x .
- B) Přímka p je rovnoběžná se souřadnicovou osou y .
- C) Přímka p prochází bodem $N[0; 3]$.
- D) Přímka p prochází bodem $O[0; 0]$.
- E) Žádné z předchozích tvrzení není pravdivé.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

Dva rotační válce mají stejný objem.

První válec má poloměr podstavy $r = 12$ cm.

Výška druhého válce je 4krát větší než výška prvního válce.

(CZVV)

2 body

18 Jaký je poloměr podstavy druhého válce?

- A) 3 cm
- B) 4 cm
- C) 6 cm
- D) 8 cm
- E) 9 cm

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Zahrádka má tvar obdélníku.

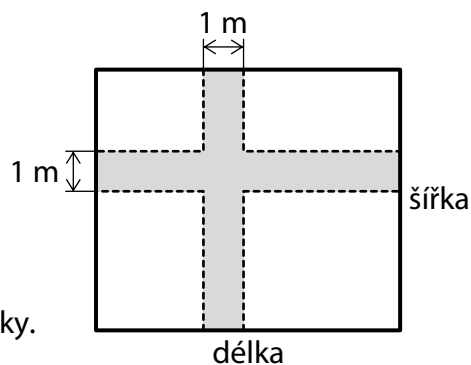
Délka obdélníku je o 1 metr větší než jeho šířka.

Přes zahrádku vedou dvě přímé cesty, které jsou rovnoběžné se stranami obdélníku, jsou na sebe kolmé a obě jsou široké 1 metr (viz obrázek).

Cesty jsou po obou stranách ohraničeny ohrubníkem (na obrázku je vyznačen čárkovanými čarami).

Cesty zabírají jednu sedminu z celkové rozlohy zahrádky.

Šířku ohrubníku neuvažujte.



(CZVV)

2 body

19 Kolik metrů ohrubníku bylo třeba na ohraničení obou cest?

- A) méně než 46 m
- B) 46 m
- C) 50 m
- D) 54 m
- E) více než 54 m

20 Pro $k \in \mathbf{Z}$ platí:

$$2^{k+4} - 2^{k+2} = 3$$

Jaká je hodnota výrazu $\frac{8}{4^k}$?

A) menší než 1

B) 1

C) 2

D) 64

E) větší než 64

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 21

V bonboniéře je 15 čokoládových bonbonů.
Z nich je 5 bonbonů z bílé čokolády, 5 z mléčné čokolády a 5 z hořké čokolády.
Z bonboniéry náhodně vybereme 2 čokoládové bonbony.

(CZVV)

2 body

21 Jaká je pravděpodobnost, že oba vybrané bonbony nejsou z téhož druhu čokolády?

A) $\frac{2}{3}$

B) $\frac{5}{7}$

C) $\frac{3}{5}$

D) $\frac{4}{5}$

E) jiná hodnota pravděpodobnosti

2 body

22 Posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je dána vzorcem pro n -tý člen:

$$a_n = \frac{n}{n+1}$$

Co platí pro uvedenou posloupnost?

A) Je aritmetická s diferencí $d > 0$.

B) Je aritmetická s diferencí $d < 0$.

C) Je geometrická s kvocientem $q < 1$.

D) Je geometrická s kvocientem $q > 1$.

E) Není ani aritmetická, ani geometrická.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Petra v průběhu pololetí napsala v matematice již deset testů.
Její učitel matematiky hodnotí každý test 0 až 100 body.
Petřin průměrný bodový zisk v těchto deseti testech je 72 bodů.
Petra nyní bude psát poslední – jedenáctý – test.

(CZVV)

2 body

23 Kolik nejméně bodů musí Petra získat z posledního testu, aby její průměrný bodový zisk neklesl pod 70 bodů?

- A) 50 bodů
- B) 58 bodů
- C) 60 bodů
- D) 64 bodů
- E) 68 bodů

2 body

24

Pro $\varphi \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ platí:

$$\sin \varphi = 0,8$$

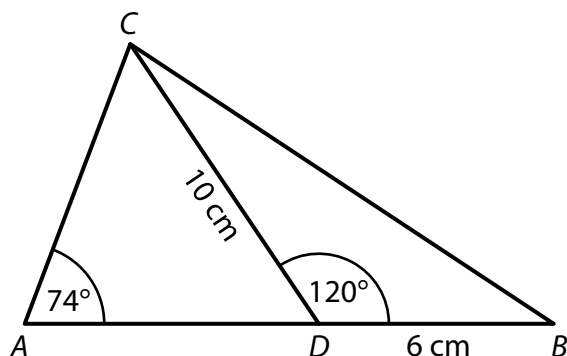
Jaká je hodnota $\cos \varphi$?

- A) 0,6
- B) 0,2
- C) -0,2
- D) -0,6
- E) jiná hodnota

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 25

Je dán trojúhelník ABC , na jehož straně AB leží bod D .

Platí: $|CD| = 10\text{ cm}$, $|BD| = 6\text{ cm}$, $\sphericalangle BDC = 120^\circ$ a $\sphericalangle CAD = 74^\circ$.



(CZVV)

max. 4 body

25 Přiřadte ke každému útvaru (25.1–25.2) jeho délku (A–F) zaokrouhlenou na desetiny cm.

25.1 úsečka BC _____

25.2 lomená čára CAD _____

- A) 12,9 cm
- B) 14,0 cm
- C) 15,5 cm
- D) 16,5 cm
- E) 17,4 cm
- F) 18,0 cm

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.
