

# MATEMATYKA

MAMZD26P0T01

## TEST DYDAKTYCZNY

**Maksymalna ilość punktów: 50**  
**Próg zaliczenia: 33%**

### 1 Podstawowe informacje dotyczące zadań

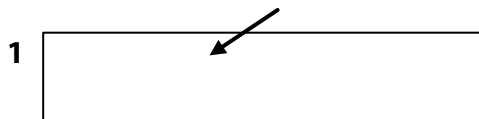
- **Test dydaktyczny zawiera 25 zadań.**
- **Czas pracy** oznaczono w kartach odpowiedzi.
- **W czasie pracy można korzystać tylko z:** przyborów do pisania i rysowania, „Tablic matematyczno-fizyczno-chemicznych” i prostego kalkulatora bez karty graficznej, nieposiadającego funkcji rozwiązywania równań i przekształcania wyrażeń algebraicznych. Nie można używać kalkulatora programowalnego.
- Obok każdego zadania umieszczono maks. ilość punktów.
- Odpowiedzi wpisuj do karty odpowiedzi.
- **Niejednoznaczny lub nieczytelny zapis zostanie uznany za błędny.**
- Notować można w arkuszu zadań, notatki nie zostaną ocenione.
- Pierwszą część testu dydaktycznego (zadania 1–14) tworzą **zadania otwarte**.
- W drugiej części testu dydaktycznego (zadania 15–25) zawarte są zadania zamknięte z wyborem odpowiedzi. We wszystkich zadaniach /lub ich częściach/ **tylko jedna odpowiedź jest poprawna**.
- Za brak rozwiązania lub nieprawidłowe rozwiązanie całego zadania **nie przydziela się punktów ujemnych**.

### 2 Zasady poprawnego zapisu odpowiedzi

- Pisz długopisem z **niebieskim lub czarnym wkładem**. Pisz **wyraźnie, czytelnie, uważaj, by długopis nie przerywał**.
- O ile będziesz rysować zwykłym ołówkiem, pogrub wszystko długopisem.
- Ocenione zostaną **tylko odpowiedzi umieszczone w karcie odpowiedzi**.

### 2.1 Wskazówki do zadań otwartych

- Wyniki **wpisuj czytelnie** do wyznaczonych białych pól.



- Jeżeli wymagane jest całe rozwiązanie, przedstaw, oprócz wyniku, cały przebieg rozwiązania. Jeżeli podasz tylko wynik, to nie otrzymasz za to zadanie żadnych punktów.
- **Zapisy obok wyznaczonych białych pól nie zostaną ocenione.**
- Błędny zapis przekreśl i zapisz nowe rozwiązanie.

### 2.2 Wskazówki do zadań zamkniętych

- Poprawną odpowiedź oznacz wyraźnie krzyżykiem w białym polu na karcie odpowiedzi, wg rysunku – dokładnie.



- Jeżeli chcesz zmienić odpowiedź, starannie zakoloruj oznaczone pole, zaś wybraną odpowiedź oznacz krzyżykiem w nowym polu.



- Jakikolwiek inny sposób wpisywania odpowiedzi i wnoszenia poprawek uznany zostanie za odpowiedź błędną.

**NIE OTWIERAJ ARKUSZA ZADAŃ, POCZEKAJ NA DECYZJĘ OSOBY NADZORUJĄCEJ!**

1 punkt

- 1 Dane są dwa przedziały:

$$I_1 = \langle -4; -1,5 \rangle, \quad I_2 = \left( -\frac{3}{2}; 2 \right)$$

**Zapisz zbiór:**

$$I_1 \cap I_2 =$$

---

1 punkt

- 2 Dla  $n \in \mathbf{N}$  ( $n \neq 0$ ) sprowadź wyrażenie do najprostszej postaci.

Uprozczone wyrażenie nie może zawierać nawiasów.

$$\frac{n}{(-5n)^{-2}} =$$

---

1 punkt

- 3 Określ, dla których  $x \in \mathbf{R}$  wartość podanego wyrażenia wynosi zero.

$$\frac{9x^2 - 1}{6x - 2}$$

#### TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 4

Rolnik uprawia truskawki.

W czerwcu rolnik zebrał o 200% truskawek więcej niż w maju.

W lipcu zebrał o 35% truskawek mniej niż w czerwcu.

(CZW)

**1 punkt**

**4      Oblicz, o ile procent truskawek więcej rolnik zebrał w lipcu niż w maju.**

---

**1 punkt**

**5      Rozwiąż w zbiorze R:**

$$\frac{x-7}{4-x} = \frac{3-2x}{x-4}$$

**maks. 2 punkty**

- 6 Rozłóż wyrażenie na iloczyn** wyrażień, których nie można dalej rozłożyć (np. na iloczyn dwumianów liniowych).

$$(4x + 10) \cdot x - (2x + 5) =$$

**W karcie odpowiedzi** przedstaw cały **przebieg rozwiązania**.

---

**maks. 2 punkty**

- 7 Rozwiąż układ nierówności w zbiorze R:**

$$1 + 2x \geq 1 - 2x$$

$$\frac{x}{-2} \geq -4$$

**W karcie odpowiedzi** przedstaw cały **przebieg rozwiązania**.

## TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 8

Funkcja logarytmiczna  $f: y = \log_a x$  jest zdefiniowana dla wszystkich dopuszczalnych  $x \in \mathbf{R}$ . W kartezjańskim układzie współrzędnych  $Oxy$  wykres funkcji  $f$  przechodzi przez punkty  $A[4; 1]$ ,  $B[64; b_2]$  i  $C[c_1; -2]$ .

(CZVV)

**maks. 2 punkty**

**8** Zapisz obie współrzędne punktu

8.1  $B$ ,

8.2  $C$ .

---

**maks. 2 punkty**

**9** Wszystkie rozwiązania danego równania trygonometrycznego w zbiorze  $\mathbf{R}$  można zapisać w postaci:

$$\frac{2\pi}{5} + k \cdot \frac{\pi}{3}, \text{ dla } k \in \mathbf{Z}$$

**Oblicz w stopniach** wartości wszystkich rozwiązań danego równania trygonometrycznego, które leżą **w przedziale**  $(0; \pi)$ .

### TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 10

W bębnie do losowania jest 8 piłeczek. Na każdej z nich napisana jest tylko jedna litera. Z liter na tych ośmiu piłeczkach można ułożyć słowo SYLWETKA. Z bębna jednocześnie wylosujemy cztery piłeczki.

(CZVV)

**maks. 2 punkty**

**10 Oblicz prawdopodobieństwo następujących zdarzeń.**

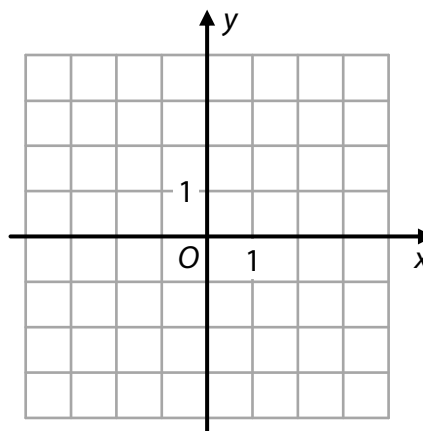
Wyniki zapisz w postaci ułamka nieskracalnego.

10.1 Wśród wylosowanych piłeczek będzie piłeczka z literą W.

10.2 Z liter na wylosowanych piłkach można ułożyć słowo STYL.

### TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 11

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $Oxy$  dana jest prosta  $p$  przechodząca przez punkty  $A[0; -3]$ ,  $B[2; 1]$ .



(CZVV)

**maks. 2 punkty**

**11**

11.1 **Uzupełnij** równanie współrzędnej  $y$  w wyrażeniu parametrycznym prostej  $p$  z parametrem  $t$ :

$$p: \begin{cases} x = t, \\ y = \dots, \end{cases} \quad t \in \mathbf{R}$$

11.2 **Zapisz** równanie ogólne prostej  $q$ , która jest prostopadła do prostej  $p$  i przechodzi przez punkt przecięcia prostej  $p$  z osią współrzędnych  $y$ .

## TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 12

W każdym  $n$ -kącie suma miar wszystkich kątów wewnętrznych wynosi  $(n - 2) \cdot 180^\circ$ .

Miary kątów wewnętrznych **dziesięciokąta**  $A_1A_2 \dots A_{10}$  tworzą ciąg arytmetyczny  $(\alpha_n)_{n=1}^{10}$ .

Miara największego kąta wewnętrznego  $\alpha_{10}$  jest równa dziewięciu siódmym miary najmniejszego kąta wewnętrznego  $\alpha_1$ .

(CZVV)

**maks. 3 punkty**

### 12 Oblicz w stopniach

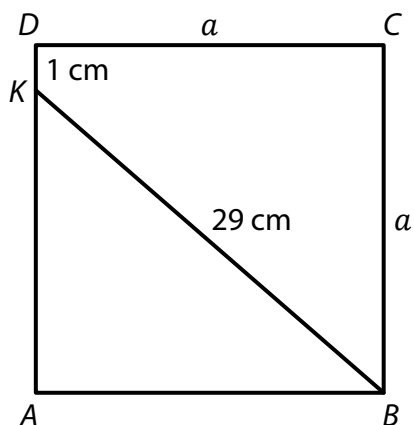
12.1 sumę miar wszystkich kątów wewnętrznych dziesięciokąta,

12.2 miarę najmniejszego kąta wewnętrznego  $\alpha_1$  dziesięciokąta  $A_1A_2 \dots A_{10}$ .

**W karcie odpowiedzi** przedstaw cały **przebieg rozwiązania** zadania 12.2.

### TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 13

W kwadracie  $ABCD$  o boku długości  $a$  na boku  $AD$  leży punkt  $K$ .  
Na rysunku podano długości odcinków  $DK$  i  $BK$ .



(CZVV)

**maks. 2 punkty**

**13**    **Określ w cm długość  $a$  boku kwadratu.**

**W karcie odpowiedzi przedstaw cały przebieg rozwiązania.**

#### TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 14

Startup zatrudnia tylko 4 pracowników, lecz obecnie przyjmuje kolejnych pracowników. Na początku każdy nowy pracownik otrzymuje takie samo wynagrodzenie początkowe. Średnie wynagrodzenie obecnych czterech pracowników startupu wynosi 45 000 koron. Jeśli zostanie zatrudniony tylko jeden nowy pracownik, średnie wynagrodzenie w startupie zmniejszy się o 6%.

(CZVV)

**maks. 3 punkty**

**14**

- 14.1 **Określ** w koronach wynagrodzenie początkowe nowego pracownika startupu.
- 14.2 Startup ostatecznie przyjmie dwóch nowych pracowników. Obu zatrudni jednocześnie. **Oblicz**, o ile procent zmniejszy się średnie wynagrodzenie w startupie.

**W karcie odpowiedzi** przedstaw cały **przebieg rozwiązania** obu części zadania.

**TEKST ŹRÓDŁOWY I TABELA DO ZADANIA 15**

W tabeli podano wszystkie wyniki zawodnika w strzelaniu z wiatrówki do papierowej tarczy.

|                                        |    |   |   |   |
|----------------------------------------|----|---|---|---|
| Liczba punktów uzyskanych za trafienie | 10 | 9 | 8 | 3 |
| Częstość trafień                       | 2  | 4 | 3 | 1 |

(CZW)

**maks. 3 punkty**

**15 Oceń prawdziwość następujących zdań (15.1–15.3).**

**Zaznacz T – tak, jeśli jest prawdziwe, lub N – nie, jeśli jest nieprawdziwe.**

- |                                                                              | <b>T</b>                 | <b>N</b>                 |
|------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 15.1 Średnia arytmetyczna liczby punktów uzyskanych za trafienie wynosi 8,3. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15.2 Moda liczby punktów uzyskanych za trafienie wynosi 4.                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15.3 Mediana i moda liczby punktów uzyskanych za trafienie są takie same.    | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**2 punkty**

**16 Istnieje tylko jedna liczba rzeczywista  $m$ , dla której obowiązuje:**

$$\frac{4^m - 32}{2^{4m}} = 0$$

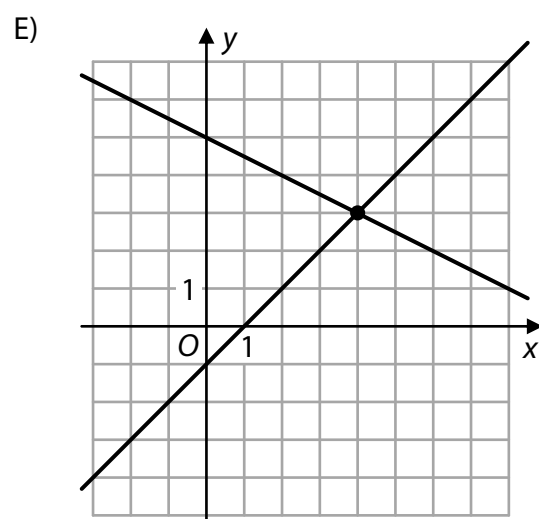
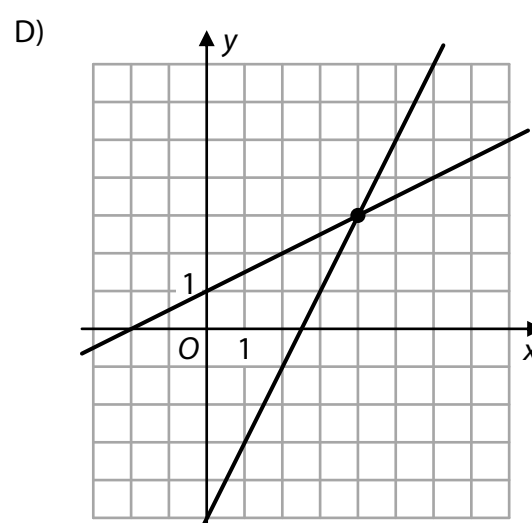
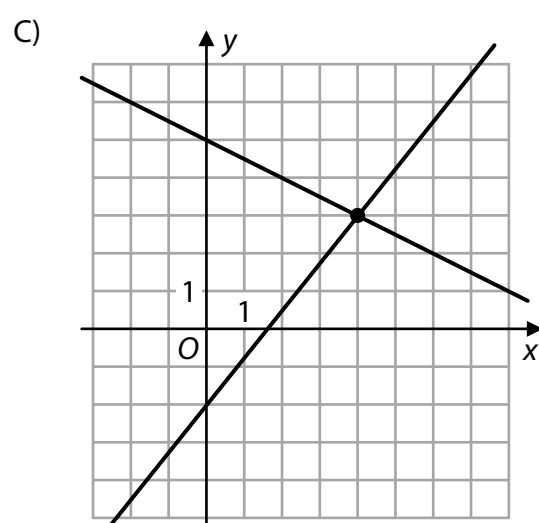
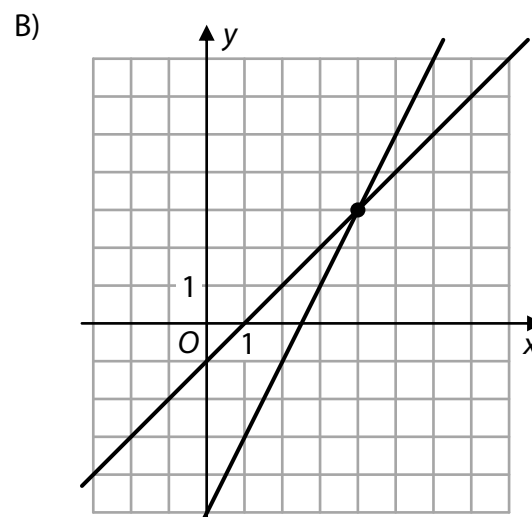
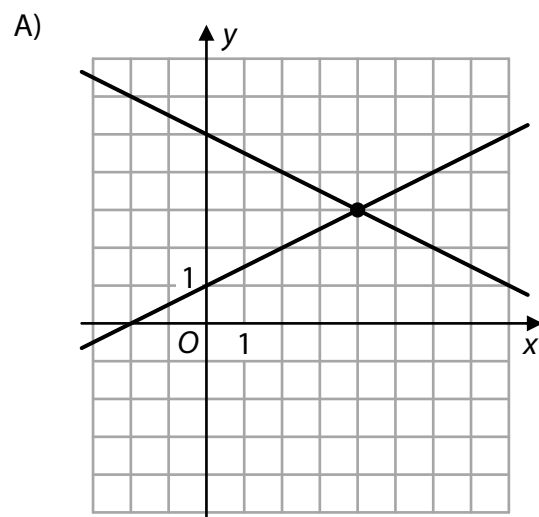
**Które równanie jest prawdziwe dla tej liczby  $m$ ?**

- A)  $2^{4m} = 32^2$
- B)  $2^{4m} = 64$
- C)  $2^{4m} = \sqrt{32}$
- D)  $2^{4m} = 1$
- E)  $2^{4m} = 0$

17 Dla  $x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}$  podano układ równań:

$$\begin{aligned}x - 2y &= -2 \\ 2x - y &= 5\end{aligned}$$

Który z następujących wykresów odpowiada graficznemu rozwiązaniu danego układu równań?



**TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 18**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $Oxy$  podano wektory  $\vec{u} = (1; -3)$ ,  $\vec{v} = (-6; 3)$ .  
Dla wektora  $\vec{w}$  obowiązuje:  $\vec{w} = 8 \cdot \vec{u} - 2 \cdot \vec{v}$ .

(CZVV)

**2 punkty****18 Jakie współrzędne ma wektor  $\vec{w}$ ?**

- A)  $\vec{w} = (-16; 6)$
- B)  $\vec{w} = (2; -3)$
- C)  $\vec{w} = (18; -30)$
- D)  $\vec{w} = (20; -24)$
- E)  $\vec{w} = (20; -30)$

**TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 19**

Dany jest ciąg geometryczny  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ .

Dla sumy  $s_n$  pierwszych  $n$  wyrazów tego ciągu obowiązuje:

$$s_n = (-2)^n - 1$$

Np. suma  $s_5 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$  pierwszych 5 wyrazów danego ciągu wynosi  $-33$ .

(CZVV)

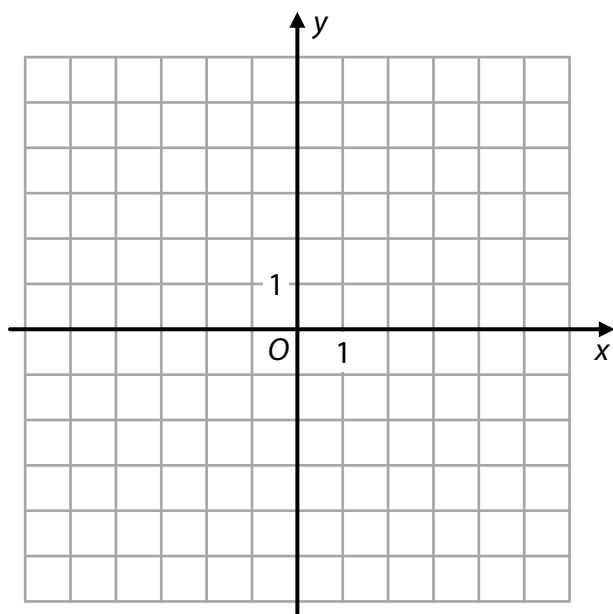
**2 punkty****19 Jaką wartość ma piąty wyraz  $a_5$  danego ciągu geometrycznego?**

- A)  $-48$
- B)  $-17$
- C)  $17$
- D)  $48$
- E) inną wartość

**TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 20**

Funkcja  $f$  jest dla wszystkich dopuszczalnych wartości  $x \in \mathbf{R}$  określona wzorem:

$$f: y = \frac{2x - 1}{x + 1}$$



(CZVV)

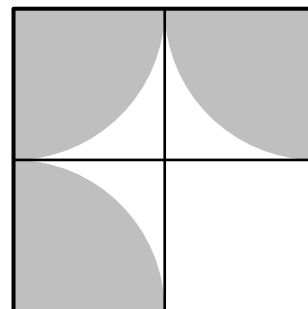
**2 punkty**

**20** Które z następujących zdań jest nieprawdziwe?

- A)  $f(2) = -f(0)$
- B) Środkiem symetrii wykresu funkcji  $f$  jest punkt  $S[-1; 2]$ .
- C) Wykres funkcji  $g: y = 2$  nie ma z wykresem funkcji  $f$  żadnego wspólnego punktu.
- D) Funkcja  $f$  jest w przedziale  $(-\infty; -1)$  rosnąca.
- E) Funkcja  $f$  jest w przedziale  $(-1; +\infty)$  malejąca.

### TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 21

Duży kwadrat został podzielony dwoma odcinkami na cztery mniejsze przystające kwadraty. Do trzech z czterech mniejszych kwadratów wpisano szare ćwierćkole, którego promień stanowi bok mniejszego kwadratu (patrz rysunek).



(CZVV)

**2 punkty**

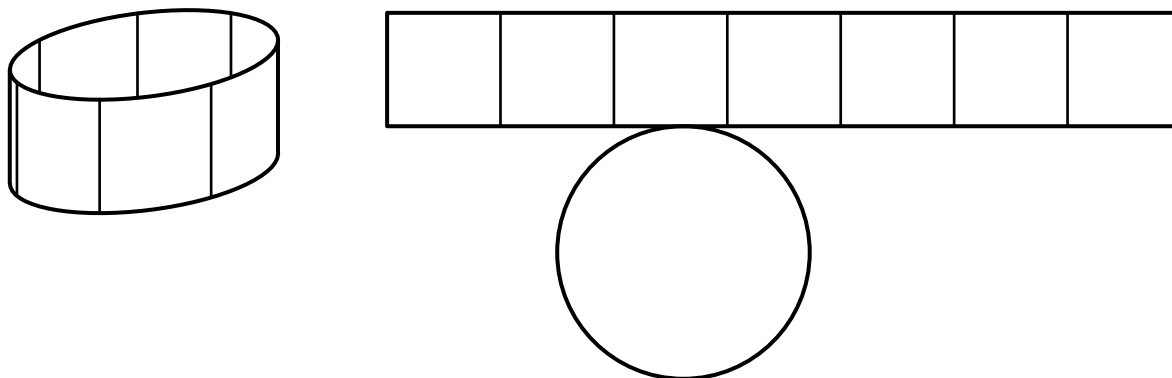
**21 Ile procent pola dużego kwadratu stanowi pole wszystkich szarych powierzchni?**

Wynik jest zaokrąglany do dziesiątych części procenta.

- A) 53,6%
- B) 56,3%
- C) 58,9%
- D) 61,5%
- E) 65,6%

**TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 22**

Papierowy pojemniczek ma kształt walca obrotowego o średnicy podstawy 3,5 cm. Rozwiniętą powierzchnię boczną tego walca można podzielić na 7 kwadratów.



(CZVV)

**2 punkty**

**22 Ile wynosi objętość pojemniczka?**

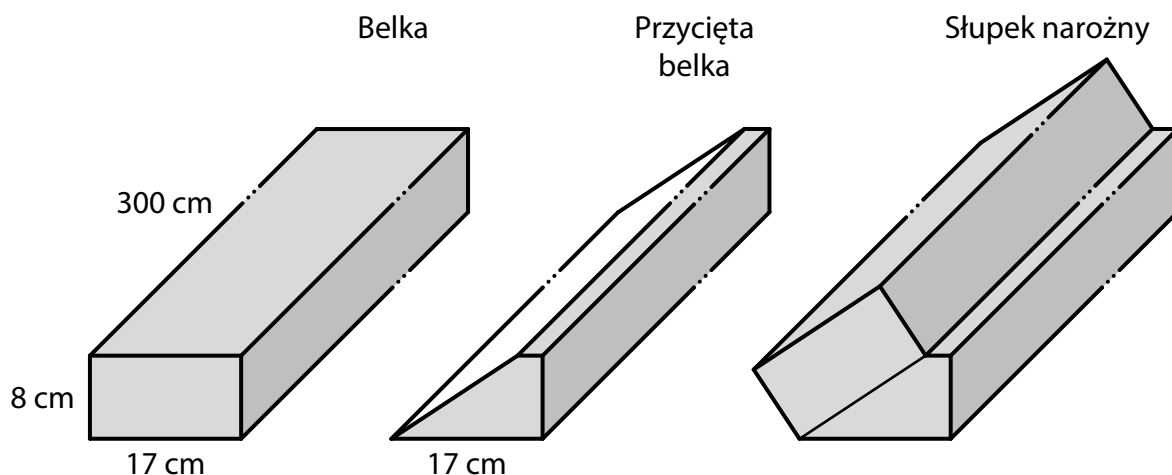
Wynik jest zaokrąglony do całych  $\text{cm}^3$ .

- A)  $108 \text{ cm}^3$
- B)  $121 \text{ cm}^3$
- C)  $146 \text{ cm}^3$
- D)  $379 \text{ cm}^3$
- E) więcej niż  $379 \text{ cm}^3$

### TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 23

Do wykonania słupka narożnego użyto dwóch takich samych drewnianych belek w kształcie prostopadłościanu. Podstawa belki ma wymiary 17 cm i 8 cm, wysokość belki wynosi 300 cm. Jedną z belek przycięto ukośnie tak, aby do powierzchni cięcia było można przyłożyć drugą belkę całą powierzchnią jej większej ściany bocznej, patrz rysunek.

Zmontowany słupek narożny ma kształt prostopadłego graniastosłupa sześciokątnego.



(CZVV)

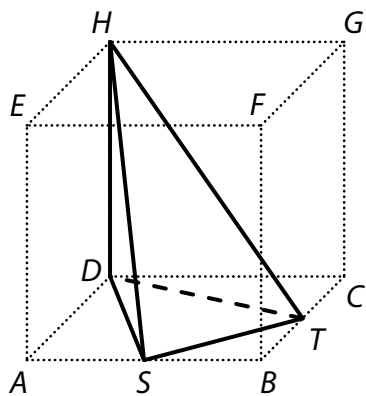
**2 punkty**

#### **23 Ile wynosi objętość całego słupka narożnego?**

- A) mniej niż  $62\,000\text{ cm}^3$
- B)  $62\,900\text{ cm}^3$
- C)  $63\,600\text{ cm}^3$
- D)  $65\,300\text{ cm}^3$
- E) więcej niż  $66\,000\text{ cm}^3$

**TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 24**

W sześcianie  $ABCDEFGH$  punkty  $S$  i  $T$  są środkami krawędzi  $AB$  i  $BC$ .



(CZVV)

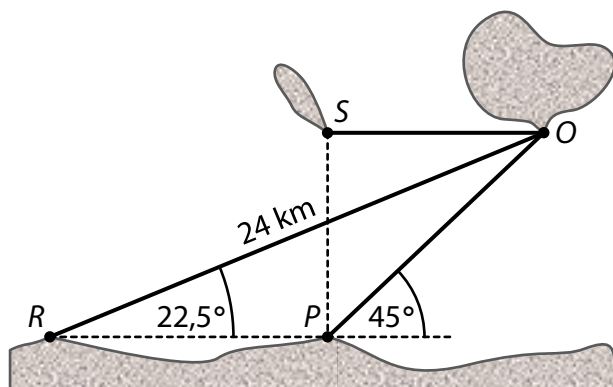
**2 punkty**

**24** Jaką część objętości sześcianu stanowi objętość ostrosłupa  $STDH$ ?

- A)  $\frac{3}{8}$
- B)  $\frac{1}{4}$
- C)  $\frac{1}{6}$
- D)  $\frac{1}{8}$
- E)  $\frac{1}{9}$

**TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 25**

Z portu  $P$  na kontynencie płyną statki w kierunku na północny wschód do portu  $O$  na wyspie. Prosto na zachód od portu  $P$  leży na kontynencie port  $R$ . Z portu  $R$  statek dopływa do portu  $O$  w kierunku wschodnio-północno-wschodnim po 24 km rejsu. Z portu  $O$  turyści mogą wybrać się jachtem prosto na zachód na cypel małej wysepki do portu  $S$ . W kierunku południowym od portu  $S$  leży port  $P$ .



(CZVV)

**maks. 4 punkty**

**25 Przyporządkuj do każdej pary portów (25.1–25.2) ich bezpośrednią odległość (A–F) zaokrągloną do dziesiątych części km.**

25.1  $P, R$  \_\_\_\_\_

25.2  $P, S$  \_\_\_\_\_

- A) 8,3 km
- B) 9,2 km
- C) 9,9 km
- D) 12,2 km
- E) 13,0 km
- F) inna odległość

---

**SPRAWDŹ, CZY WPISAŁEŚ/AŚ WSZYSTKIE ODPOWIEDZI DO KARTY ODPOWIEDZI.**

---