

# **MATEMATIKA**

---

**MAMZD19C0T01**

## **DIDAKTICKÝ TEST**

**07**

**SP-2**

**SP-2-A**

**SPUO-2**

**SPUO-3-A**

**Maximální bodové hodnocení: 50 bodů**

**Hranice úspěšnosti: 33 %**

## **1. Základní informace k zadání zkoušky**

**Didaktický test** obsahuje **26 úloh**.

**Časový limit** pro řešení didaktického testu je uveden **na záznamovém archu**.

**Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky, kalkulátor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů a individuální kompenzační pomůcky.

U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.

První část didaktického testu (úlohy 1–15) tvoří **úlohy otevřené**.

Ve druhé části (úlohy 16–26) jsou **uzavřené úlohy**, které obsahují i nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.

Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

## **2. Pravidla správného zápisu odpovědí**

**Zvolte si**, zda budete své odpovědi **zapisovat**

- **do záznamového archu,**
- **do testového sešitu,**
- **do počítače,**
- **na volné listy papíru** (jsou součástí záznamového archu).

Zvolenou variantu zápisu odpovědí **není možné** v průběhu zkoušky **měnit**.

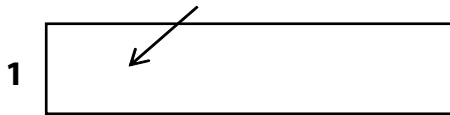
Dodržujte následující pokyny pro zápis odpovědí. Jakýkoli jiný způsob zápisu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

**Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**

### **Pokyny pro zápis odpovědí do záznamového archu:**

V otevřených úlohách, ve kterých je nutné odpověď přímo napsat, zaznamenávejte odpovědi **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.

U **otevřených** úloh **píšte výsledky čitelně** do vyznačených bílých polí.

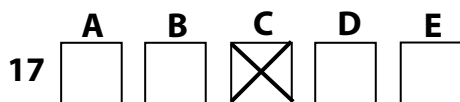


Je-li požadován celý **postup řešení**, uveďte jej **do záznamového archu**. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.

**Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.

Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

U **uzavřených** úloh zřetelně **zakřížkujte** odpověď, kterou považujete za **správnou**, v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



Pokud budete chtít následně zvolit jinou variantu odpovědi, pečlivě zbarvěte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



Pokud zakřížkujete v jedné úloze/podúloze **více než jedno pole**, bude vaše odpověď považována **za nesprávnou**.

Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.

### **Pokyny pro zápis odpovědí do testového sešitu:**

Na testový sešit přepište ze záznamového archu svůj identifikační kód a napište své jméno a příjmení.

V **otevřených** úlohách, ve kterých je požadována pouze odpověď, je místo pro odpověď označeno takto:

#### **Odpověď:**

V **otevřených** úlohách, ve kterých je požadován celý postup řešení, je místo pro řešení označeno takto:

#### **Postup řešení:**

Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.

U **uzavřených** úloh variantu odpovědi, kterou považujete za správnou, zakroužkujte takto:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

Pokud budete chtít zvolit jinou variantu odpovědi, pečlivě zabarvěte původní volbu a zakroužkujte novou variantu, například takto:

- A)
- B)
- 
- D)
- E)

Pokud zakroužkujete v jedné úloze/podúloze **více než jedno písmeno**, bude vaše odpověď považována **za nesprávnou**.

Poznámky si můžete dělat do testového sešitu mimo místa vyhrazená pro zápis odpovědí, můžete využít i volné listy papíru, které jsou součástí záznamového archu. Poznámky nebudou předmětem hodnocení.

**Pokyny pro zápis odpovědí do počítače a na volné listy papíru:**

Zapisujete-li své odpovědi do prázdného textového souboru na počítači, uveďte nejprve svůj identifikační kód, své jméno a příjmení.

Napište číslo úlohy a k němu připište podle požadavků buď označení správné odpovědi, nebo krátkou odpověď, nebo celý postup řešení, například:

**17) B**            nebo            **2) Odpověď'**            nebo            **4) Celý postup řešení**

Je-li požadován celý postup řešení, nezapomeňte jej zapsat. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.

Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.

Je-li v záznamovém archu u úlohy předtištěný obrázek, řešení provedte do tohoto obrázku.

**TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!**

**Úloha 1; 1 bod**

$\mathbf{Z}$  je množina všech celých čísel,  $\mathbf{A} = (-2; 3)$ .

**Určete všechny prvky** množiny  $\mathbf{A} \cap \mathbf{Z}$ .

**Odpověď:**

---

**Úloha 2; 1 bod**

Vypočtete **50 % z** čísla  $2^{1000}$ .

Výsledek vyjádřete rovněž ve tvaru mocniny.

**Odpověď:**

### Úloha 3; max. 2 body

Vlak má **tři vagony**, všechny **se stejným počtem míst**.

**V každém vagonu je o 20 míst k stání více než k sezení.**

Při odjezdu z Roztok byl **vlak zaplněn přesně do poloviny své kapacity**.

**V prvním a posledním vagonu** byla všechna **místa k sezení obsazená**, ale **ve druhém vagonu zůstalo 25 % míst k sezení volných**.

(Kapacita vlaku je součet počtu všech míst k stání a sezení.)

Každý cestující obsadil buď jedno místo k stání, nebo jedno místo k sezení.)

**Počet míst k sezení** v jednom vagonu **označme  $n$** .

**Vyjádřete v závislosti na veličině  $n$  počet všech cestujících**, kteří při odjezdu z Roztok

**3.1** byli **ve vlaku**;

**Odpověď:**

**3.2** ve vlaku **stáli**.

**Odpověď:**

**Úloha 4; max. 2 body**

Uvedte celý **postup řešení**.

Pro  $a \in \mathbf{R} \setminus \{-3; 0; 3\}$  **zjednodušte**:

$$\frac{1 + \frac{3}{a}}{\frac{a^2}{3} - 3} =$$

**Postup řešení:**



**Úloha 5; max. 2 body**

Uvedte celý **postup řešení**.

V oboru **R řešte** rovnici:

$$\frac{2x + 8}{4x^2 - 8x} - \frac{5}{2x} = \frac{1}{x}$$

**Postup řešení:**

### Úloha 6; 1 bod

Na zámek **přišli** pouze **dvě třetiny všech účastníků** zájezdu, **ale na prohlídku** zámku **čtyři** z těchto příchozích **nešli**.

**Prohlídky** zámku **se** tak **zúčastnila** jen **polovina všech účastníků** zájezdu.

**Určete počet všech účastníků** zájezdu.

**Odpověď:**

---

### Úloha 7; max. 2 body

Kvadratická **funkce** má předpis  $y = 2x^2 - 3x$ .

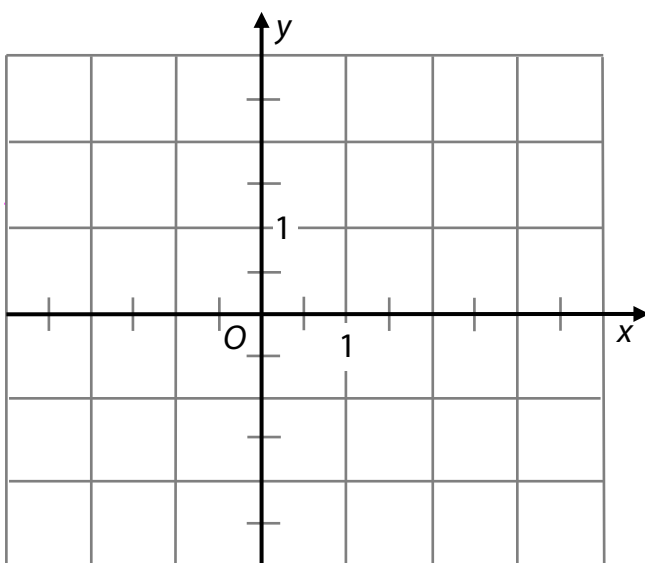
Její **graf** protíná přímka  $p$  ve **dvou** různých **bodech**  $P[p_1; 9]$  a  $Q[q_1; 9]$ .

**Vypočtěte souřadnice**  $p_1, q_1$  **bodů**  $P, Q$ .

**Odpověď:**

**Úloha 8; max. 3 body**

Je dána funkce  $f: y = \log_2 x$ .



**8.1** Dopočtěte souřadnici  $a_2$  bodu  $A[4; a_2]$  grafu funkce  $f$ .

**Odpověď:**

**8.2** Dopočtěte souřadnici  $b_1$  bodu  $B[b_1; -1]$  grafu funkce  $f$ .

**Odpověď:**

**8.3** Sestrojte graf funkce  $f$  s přesně vyznačenými body  $A, B$  a průsečíkem  $P$  grafu funkce  $f$  se souřadnicovou osou  $x$ .

Obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

### Úloha 9; max. 2 body

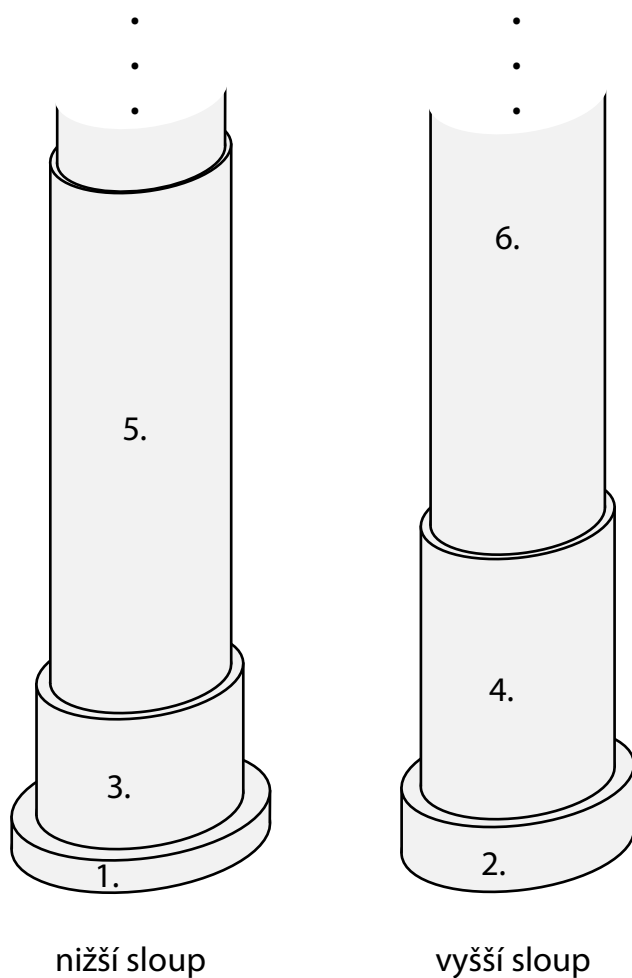
V Kocourkově navrhli nereálný plán **stavby dvou sloupů** sahajících do nebe.

**Na stavbu** se má použít **celkem 20 válců**. Jednotlivé válce jsou podle výšky označeny pořadovými čísly od 1 do 20.

Nejnižší je **1. válec**, který má **výšku 1 m**, **2. válec** má **výšku 2 m** a rovněž každý **další válec** je **dvakrát vyšší** než válec s pořadovým číslem o 1 nižším.

(Tedy **3. válec** má **výšku 4 m**, **4. válec** **8 m** atd.)

**Nižší sloup** bude postavena **ze všech válců** označených **lichými** pořadovými **číslly** od 1 do 19, **vyšší sloup** **ze všech válců** označených **sudými** pořadovými čísly od 2 do 20.



Určete **v metrech**

**9.1** výšku **20. válce;**

**Odpověď:**

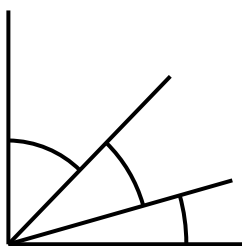
**9.2** výšku **nižšího sloupu.**

**Odpověď:**

---

**Úloha 10; 1 bod**

**Pravý úhel je rozdělen na tři úhly, jejichž velikosti tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Nejmenší z těchto tří úhlů má velikost  $11^\circ$ .**



**Určete ve stupních velikost největšího z těchto tří úhlů.**

**Odpověď:**

**Úloha 11; 1 bod**

Pro **dva různé úhly**  $\alpha = 112^\circ, \beta \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$  platí  **$\cos \alpha = \cos \beta$** .

**Určete** ve stupních **velikost úhlu  $\beta$** .

**Odpověď:**

---

**Úloha 12; 1 bod**

**V oboru  $\mathbf{R}$  řešte** rovnici:

$$\frac{25^x}{5} = 5 \cdot 5^{x-2}$$

**Odpověď:**

---

**Úloha 13; 1 bod**

**Trojmístný kód** obsahuje vždy **písmeno A** a **dvě různé číslice z deseti** možných (**0–9**). Vyhovují **např.** kódy **A36, 0A1, 69A**.

**Určete počet všech** možných **kódů** vyhovujících zadání.

**Odpověď:**

**Úloha 14; max. 3 body**

Uvedte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Během **prvních 5 dnů** se vyrobilo **denně** v průměru **o čtvrtinu výrobků méně, než** se vyrobilo **v každém z 10 následujících dnů. Celkem** se tak **za 15 dnů** vyrobilo **2 200 výrobků.**

Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **určete** celkový **počet výrobků** vyrobených **za prvních 5 dnů.**

**Postup řešení:**

**Úloha 15; max. 2 body**

Uvedte celý **postup řešení**.

**Rotační válec**, jehož **výška** je **rovna průměru podstavy**, má **objem 1 litr**.

**Vypočtete v cm výšku** tohoto válce.

Výsledek zaokrouhlete na desetiny cm.

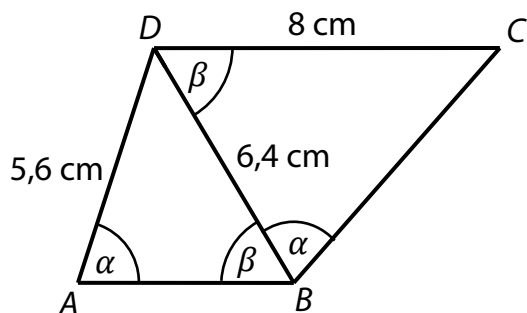
**Postup řešení:**



**Úloha 16; max. 2 body**

**Lichoběžník**  $ABCD$  je rozdělen **úhlopříčkou** na dva **podobné trojúhelníky**  $ABD$  a  $BDC$ . V trojúhelnících jsou vyznačeny dvě dvojice shodných úhlů  $\alpha, \beta$ .

Platí:  $|AD| = 5,6 \text{ cm}$ ,  $|BD| = 6,4 \text{ cm}$ ,  $|CD| = 8 \text{ cm}$ .



**Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**

**16.1**  $|AB| : |BD| = |BD| : |CD|$

**A - N**

**16.2** **Obvod** trojúhelníku  $BCD$  je **1,25krát větší než** obvod trojúhelníku  $ABD$ .

**A - N**

**16.3**  $|AB| = 5,12 \text{ cm}$

**A - N**

**16.4**  $|BC| = 7 \text{ cm}$

**A - N**

**Úloha 17; 2 body**

**Obrazec je ohraničen třemi půlkružnicemi.**

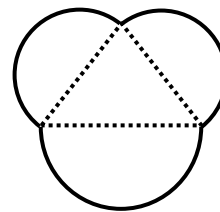
**Společné krajní body půlkružnic tvoří vrcholy rovnoramenného trojúhelníku se základnou délky 12 cm.**

**Obsah tohoto trojúhelníku je 48 cm<sup>2</sup>.**

**Jaký je obvod obrazce ohraničeného třemi půlkružnicemi?**

Výsledek je zaokrouhlen na celé cm.

- A) menší než 35 cm
- B) 36 cm
- C) 39 cm
- D) 50 cm
- E) větší než 51 cm



**Úloha 18; 2 body**

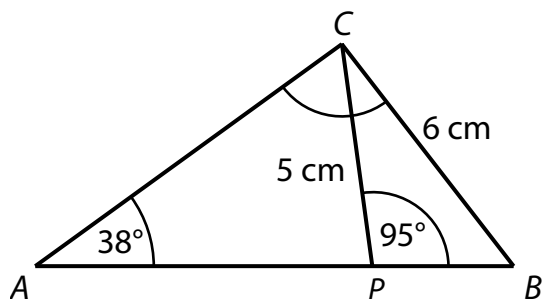
V trojúhelníku  $ABC$  platí:

$|BC| = 6 \text{ cm}$ ,  $|CP| = 5 \text{ cm}$ ,  $|\sphericalangle BAC| = 38^\circ$ ,  $|\sphericalangle BPC| = 95^\circ$ ,  $P \in AB$

**Jaká je velikost vnitřního úhlu  $ACB$**  v daném trojúhelníku?

Výsledek je zaokrouhlen na celé stupně.

- A)  $83^\circ$
- B)  $86^\circ$
- C)  $90^\circ$
- D)  $102^\circ$
- E) větší než  $103^\circ$



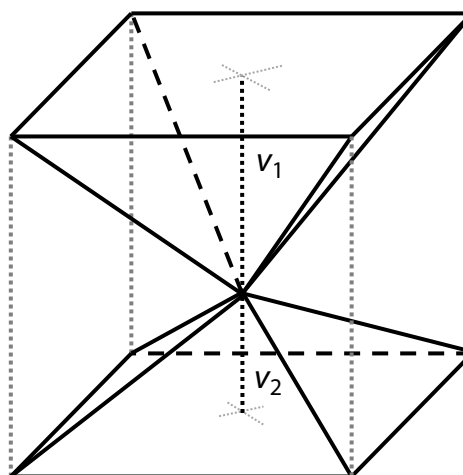
**Úloha 19; 2 body**

**V krychli jsou dva čtyřboké jehlany** umístěny tak, že mají **společný hlavní vrchol** a **podstavy** obou jehlanů **tvoří rovnoběžné stěny** krychle.

**Výšky** obou jehlanů jsou **v poměru**  $v_1 : v_2 = 3 : 2$ .

**Jakou část objemu krychle tvoří objem většího z obou jehlanů?**

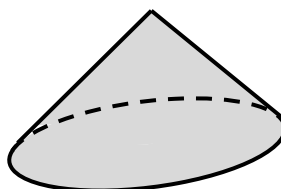
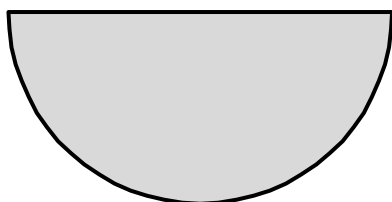
- A)  $\frac{3}{5}$
- B)  $\frac{1}{3}$
- C)  $\frac{2}{9}$
- D)  $\frac{1}{5}$
- E)  $\frac{1}{6}$



---

**Úloha 20; 2 body**

**Rozvinutý plášť** rotačního kužele tvoří **půlkruh o poloměru 10 cm**.



**Jaký je povrch kužele** (včetně podstavy)?

- A)  $75\pi \text{ cm}^2$
- B)  $100\pi \text{ cm}^2$
- C)  $125\pi \text{ cm}^2$
- D)  $150\pi \text{ cm}^2$
- E) jiný povrch

**Úloha 21; 2 body**

V rovině jsou dány body  $A[-21; 9]$ ,  $B[15; -5]$  a  $P[0; -2]$ .

Bod  $S$  je střed úsečky  $AB$ .

Jaká je vzdálenost bodů  $P, S$ ?

- A) 3,5
- B) 4
- C) 4,5
- D) 5
- E) jiná vzdálenost

---

**Úloha 22; 2 body**

V geometrické posloupnosti platí:

$$a_2 = \sqrt[3]{3}$$

$$a_3 = -\sqrt[3]{9}$$

Jaká je hodnota součtu  $a_1 + a_4$ ?

- A) 2
- B) 1
- C) 0
- D) -1
- E) jiná hodnota

**Úloha 23; 2 body**

Pro kterou z následujících **nerovnic** s neznámou  $x \in \mathbf{R}$  je množinou všech řešení interval  $(-\infty; 0)$ ?

- A)  $-2x < 0$
- B)  $\frac{x}{x-1} < 0$
- C)  $\frac{x}{-2} \geq 0$
- D)  $\frac{2x}{x} < 0$
- E)  $2x < x$

---

**Úloha 24; 2 body**

Je dán **výraz**  $\frac{12(a-2)^2}{12-6a}$  s reálnou proměnnou  $a$ .

**Které tvrzení je pravdivé?**

- A) Pro  $a = 101^8$  je výraz kladný.
- B) Pro  $a = 2$  je hodnota výrazu 0.
- C) Hodnota výrazu nemůže být nikdy nulová.
- D) Pro všechna  $a \neq \frac{1}{6}$  je výraz roven  $\frac{(a-2)^2}{1-6a}$ .
- E) Pro některá  $a$  je výraz roven  $2(a-2)$ .

**Úloha 25; max. 4 body**

**Nápověda:** V úlohách 25.1–25.4 se výsledky vzájemně liší.

V rodině **Novotných** mají 4 děti, a to **2 dívky** a **2 chlapce**.

V rodině **Dlouhých** mají také 4 děti, ale jen **1 dívku** a **3 chlapce**.

**Z** uvedených **osmi dětí** se **vylosuje dvojice** dětí.

**Přiřadte** ke každému z následujících jevů (**25.1–25.4**) **pravděpodobnost (A–F)**, s kterou může daný jev nastat.

**25.1** Ve vylosované **dvojici** budou **dvě dívky**.

**Odpověď:** A B C D E F

**25.2** Ve vylosované **dvojici** budou **dva chlapci**.

**Odpověď:** A B C D E F

**25.3** Ve vylosované **dvojici** budou **oba chlapci Novotných**.

**Odpověď:** A B C D E F

**25.4** Ve vylosované **dvojici** bude **1 chlapec Novotných** a **1 dívka Dlouhých**.

**Odpověď:** A B C D E F

A)  $\frac{1}{28}$

B)  $\frac{1}{14}$

C)  $\frac{3}{28}$

D)  $\frac{1}{7}$

E)  $\frac{3}{14}$

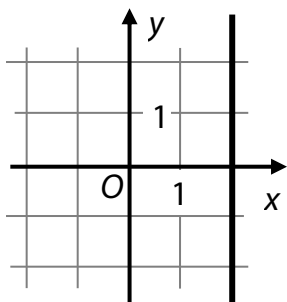
F)  $\frac{5}{14}$

**Úloha 26; max. 3 body**

**Nápověda:** V úlohách 26.1–26.3 se výsledky vzájemně liší.

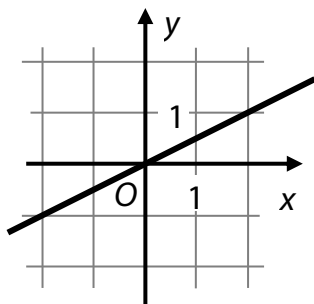
**Přiřadte** ke každé **přímce** (26.1–26.3) její **analytické vyjádření (A–E)**.

**26.1**



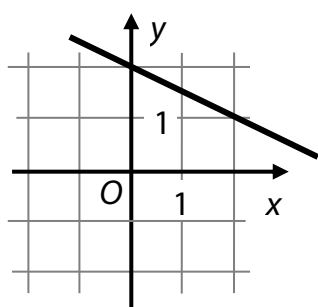
**Odpověď:** A B C D E

**26.2**



**Odpověď:** A B C D E

**26.3**



**Odpověď:** A B C D E



A)  $y = -x + 2$

B)  $x + 2y - 4 = 0$

C)  $x = 2 + 2t,$   
 $y = 1 + t, t \in \mathbf{R}$

D)  $x = t,$   
 $y = 2, t \in \mathbf{R}$

E)  $x = 2,$   
 $y = t, t \in \mathbf{R}$

**KONEC DIDAKTICKÉHO TESTU**