

MATEMATIKA

MAMZD22C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

07

SP-2

SP-2-A

SPUO-2

SPUO-3-A

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

Didaktický test obsahuje **25 úloh**.

Časový limit pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.

Povolené pomůcky: psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů a individuální kompenzační pomůcky. Nelze použít programovatelný kalkulačtor.

U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.

První část didaktického testu (úlohy 1–14) tvoří **úlohy otevřené**.

Ve druhé části (úlohy 15–25) jsou **uzavřené úlohy**, které obsahují i nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.

Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

Zvolte si, zda budete své odpovědi **zapisovat**

- **do záznamového archu,**
- **do testového sešitu,**
- **do počítače,**
- **na volné listy papíru** (jsou součástí záznamového archu).

Zvolenou variantu zápisu odpovědí **není možné** v průběhu zkoušky **měnit**.

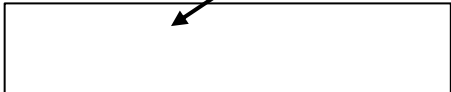
Dodržujte následující pokyny pro zápis odpovědí. Jakýkoli jiný způsob zápisu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.

Pokyny pro zápis odpovědí do záznamového archu:

V otevřených úlohách, ve kterých je nutné odpověď přímo napsat, zaznamenávejte odpovědi **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.

U **otevřených** úloh **píšte výsledky čitelně** do vyznačených bílých polí.

1 

Je-li požadován celý **postup řešení**, uveďte jej do **záznamového archu**. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.

Zápisy uvedené mimo vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.

Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

U **uzavřených** úloh zřetelně **zakřížkujte** odpověď, kterou považujete za **správnou**, v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.

17

A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Pokud budete chtít následně zvolit jinou variantu odpovědi, pečlivě zabarvete původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.

17

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Pokud zakřížkujete v jedné úloze/podúloze **více než jedno pole**, bude vaše odpověď považována **za nesprávnou**.

Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.

Pokyny pro zápis odpovědí do testového sešitu:

Na testový sešit přepište ze záznamového archu svůj identifikační kód a napište své jméno a příjmení.

V **otevřených** úlohách, ve kterých je požadována pouze odpověď, je místo pro odpověď označeno takto:

Odpověď:

V **otevřených** úlohách, ve kterých je požadován celý postup řešení, je místo pro řešení označeno takto:

Postup řešení:

Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.

U **uzavřených** úloh variantu odpovědi, kterou považujete za správnou, zakroužkujte takto:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

Pokud budete chtít zvolit jinou variantu odpovědi, pečlivě zabarvěte původní volbu a zakroužkujte novou variantu, například takto:

- A)
- B)
-
- D)
- E)

Pokud zakroužkujete v jedné úloze/podúloze **více než jedno písmeno**, bude vaše odpověď považována **za nesprávnou**.

Poznámky si můžete dělat do testového sešitu mimo místa vyhrazená pro zápis odpovědí, můžete využít i volné listy papíru, které jsou součástí záznamového archu. Poznámky nebudou předmětem hodnocení.

Pokyny pro zápis odpovědí do počítače a na volné listy papíru:

Zapisujete-li své odpovědi do prázdného textového souboru na počítači, uveďte nejprve svůj identifikační kód, své jméno a příjmení.

Napište číslo úlohy a k němu přiřete podle požadavků buď označení správné odpovědi, nebo krátkou odpověď, nebo celý postup řešení, například:

17) B nebo **2) Odpověď** nebo **4) Celý postup řešení**

Je-li požadován celý postup řešení, nezapomeňte jej zapsat. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.

Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.

Je-li v záznamovém archu u úlohy předtištěný obrázek, řešení provedte do tohoto obrázku.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

Úloha 1; 1 bod

Je dán interval A a množina B:

$$\mathbf{A} = \langle -5; 5 \rangle$$

$$\mathbf{B} = \{x \in \mathbf{R}; -8 \leq x < 3\}$$

Určete $A \cap B$.

Odpověď:

Úloha 2; 1 bod

Pro $n \in \mathbf{N}$ upravte na mocninu o základu 4.

$$4 \cdot \frac{16^{3n}}{4^{2n+1}} =$$

Odpověď:

Úloha 3; 1 bod

Pouze **pětina vyprodukovaných PET lahví** se **nevytrídí**.

Z vytríděných PET lahví se **70 % recykluje**.

(Nevytríděné lahve se nerecyklují.)

Vypočtete, **kolik procent vyprodukovaných PET lahví** se **recykluje**.

Odpověď:

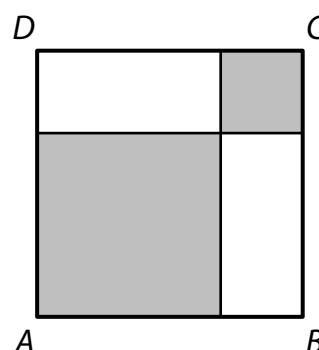
Úloha 4; 1 bod

Čtverec $ABCD$ je dvěma úsečkami **rozdělen na** dva menší **tmavé čtverce** a dva **shodné bílé obdélníky**.

Obvod jednoho **bílého obdélníku** je **22 cm**.

Vypočtete v cm^2 **obsah čtverce $ABCD$** .

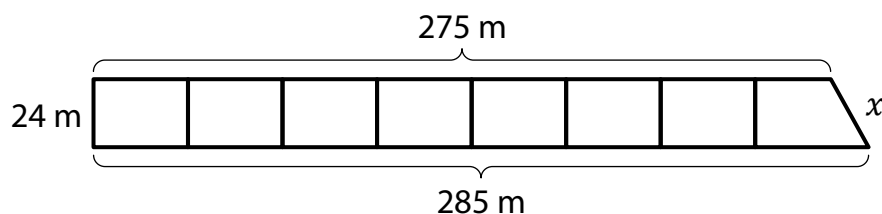
Odpověď:



Úloha 5; max. 3 body

Pozemek má tvar **pravoúhlého lichoběžníku** s **výškou 24 m** a **základnami** délek **285 m** a **275 m**.

Pozemek je **rozdělen** na **8 parcel** o **stejně výměře**. Prvních **sedm parcel** tvoří shodné **obdélníky**, **poslední** parcela má tvar **pravoúhlého lichoběžníku**.



Vypočtete

5.1 v m^2 **výměru jedné parcely,**

Odpověď:

5.2 v m **chybějící délku x strany pozemku,**

Odpověď:

5.3 v m **obvod poslední parcely.**

Odpověď:

Úloha 6; max. 2 body

Uved'te celý **postup řešení**.

Pro $x \in \mathbf{R} \setminus \{-3; 0; 3\}$ **zjednodušte**:

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{3}{x^2 - 3x}\right) : \frac{1}{x^2 - 9} =$$

Postup řešení:

Úloha 7; max. 2 body

Uved'te celý **postup řešení**.

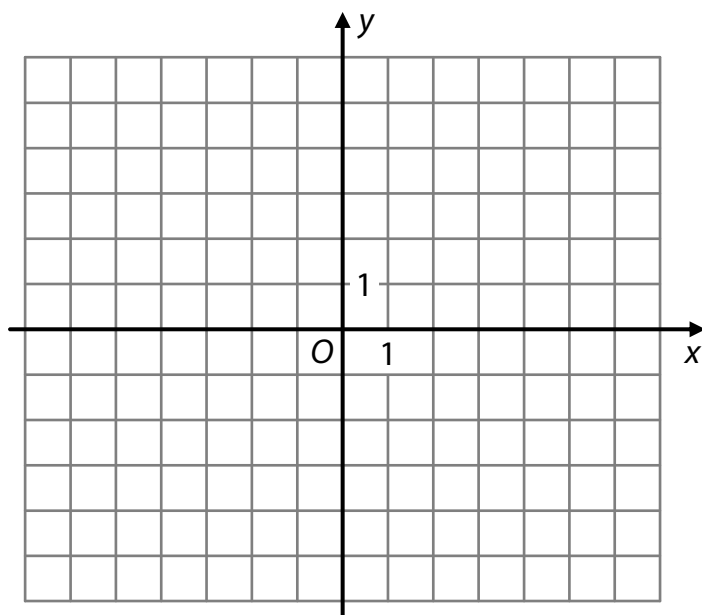
V oboru \mathbf{R} **řešte**:

$$\frac{x-2}{x+2} \cdot \frac{3}{x} + \frac{16}{x^2+2x} = \frac{x}{x+2}$$

Postup řešení:

Úloha 8; max. 2 body

Funkce $f: y = \frac{3}{x-1}$ je definována pro všechna přípustná $x \in \mathbf{R}$.



8.1 Určete obě souřadnice průsečíku $P[p_1; p_2]$ grafu funkce f se souřadnicovou osou y .

Odpověď:

8.2 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte graf funkce f .
Na grafu funkce vyznačte alespoň tři mřížové body.
Obtáhněte vše propisovací tužkou.

Úloha 9; 1 bod

Funkce $g: y = x(x - 36)$ je definována pro všechna $x \in \mathbf{R}$.

Vrcholem grafu funkce g je **bod $V[v_1; v_2]$** .

Určete první souřadnici v_1 vrcholu V .

Odpověď:

Úloha 10; max. 2 body

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestrojen **graf**

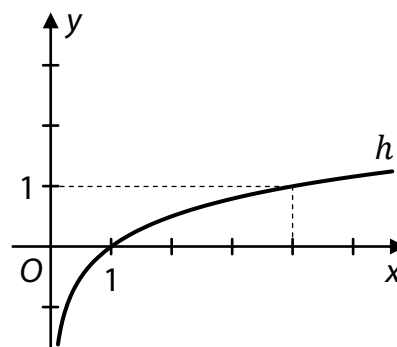
logaritmické funkce $h: y = \log_a x$, jejímž

definičním oborem je interval $(0; +\infty)$.

Určete

10.1 základ a logaritmické funkce h ,

Odpověď:



10.2 hodnotu proměnné x , pro kterou **$h(x) = 3$** .

Odpověď:

Úloha 11; max. 2 body

Pás obsahuje **devět** po sobě jdoucích **číslíc od 1 do 9**:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Zakrytím tří číslic vytvoříme **šestimístné číslo**, např.:

345 678

		3	4	5	6	7	8	
--	--	---	---	---	---	---	---	--

134 679

1		3	4		6	7		9
---	--	---	---	--	---	---	--	---

156 789

1				5	6	7	8	9
---	--	--	--	---	---	---	---	---

Vypočtěte,

11.1 kolik různých **šestimístných čísel** lze takto vytvořit,

Odpověď:

11.2 kolik z těchto šestimístných **čísel** má **na místě desítek** číslici **7**.

Odpověď:

Úloha 12; max. 2 body

V aritmetické posloupnosti s diferencí $d = 15$ je šedesátý člen $a_{60} = 340$.

Určete

12.1 první člen a_1 ,

Odpověď:

12.2 pořadí k **nejmenšího kladného členu** posloupnosti ($a_k > 0$).

Odpověď:

Úloha 13; max. 2 body

Uvedte celý **postup řešení**.

Robůtek se **pohybuje po spirále**. **Nejkratší dobu** stráví na **prvním oblouku** spirály.

Časy strávené **na dalších** obloucích **se** postupně **prodlužují**. **Rozdíl časů** strávených **na** kterýchkoli **dvou po sobě jdoucích obloucích** je **konstantní**.

První dva oblouky překoná robůtek za **32 sekund**, **samotný čtvrtý oblouk** také za **32 sekund**.

Vypočtete čas, který robůtek stráví **na pátém oblouku**.

Postup řešení:

Úloha 14; max. 3 body

Uved'te celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Jedna **korunová mince** váží **3,6 gramu** a jedna **pětikorunová mince** váží **4,8 gramu**.

V kasičce jsou pouze **korunové a pětikorunové mince**. **Dohromady** mají hodnotu **81 korun** a váží **120 gramů**.

Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete celkový **počet mincí v kasičce**.

Postup řešení:

Úloha 15; max. 3 body

K je přirozené číslo ($K \in \mathbf{N}$),

M je o 4 větší než K ,

P je aritmetický průměr K a M .

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), **zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**

15.1 Pro každé $K \in \mathbf{N}$ je číslo M sudé.

A – N

15.2 Pro každé $K \in \mathbf{N}$ je součet $K + M$ dvakrát větší než P .

A – N

15.3 Pro každé $K \in \mathbf{N}$ je součet $K + M$ větší než $2P$.

A – N

Úloha 16; 2 body

Letadlem do Bruselu cestovaly pouze dospělé osoby.

Mezi cestujícími bylo **o třetinu více žen než mužů.**

Každý cestující měl pouze **jedno zavazadlo.**

Zavazadla všech cestujících byla zvážena: **aritmetický průměr** hmotností

zavazadel žen byl 18,30 kg

a zavazadel mužů 14,80 kg.

Jaký byl aritmetický průměr hmotností zavazadel všech cestujících v letadle?

A) 16,30 kg

B) 16,55 kg

C) 16,80 kg

D) 16,90 kg

E) jiná hmotnost

Úloha 17; 2 body

Pro kterou z následujících nerovnic je množinou všech řešení v oboru \mathbb{R} prázdná množina?

A) $\frac{15 \cdot x}{15^2 \cdot x^2} < 0$

B) $\frac{x - 15^2}{15^2 - x} < 0$

C) $(x + 15)^2 \leq 0$

D) $x^2 + (-15)^2 \leq 0$

E) $x - 15^2 < x + 15^2$

Úloha 18; 2 body

Obrazem trojúhelníku ABC v osové souměrnosti je trojúhelník A_1B_1C .

Platí:

$$|BC| = 4\sqrt{6} \text{ cm}, |\sphericalangle BAC| = 45^\circ, |\sphericalangle A_1CB_1| = 15^\circ$$

Jaká je délka strany A_1C ?

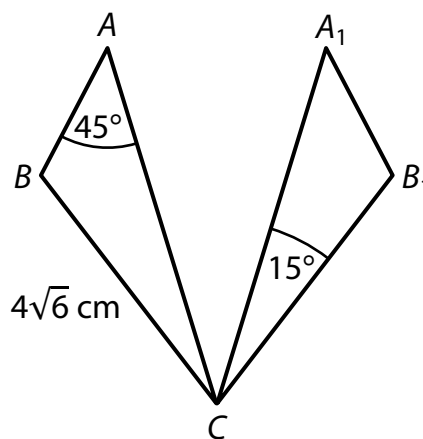
A) $4\sqrt{3}$ cm

B) 10 cm

C) 12 cm

D) $8\sqrt{3}$ cm

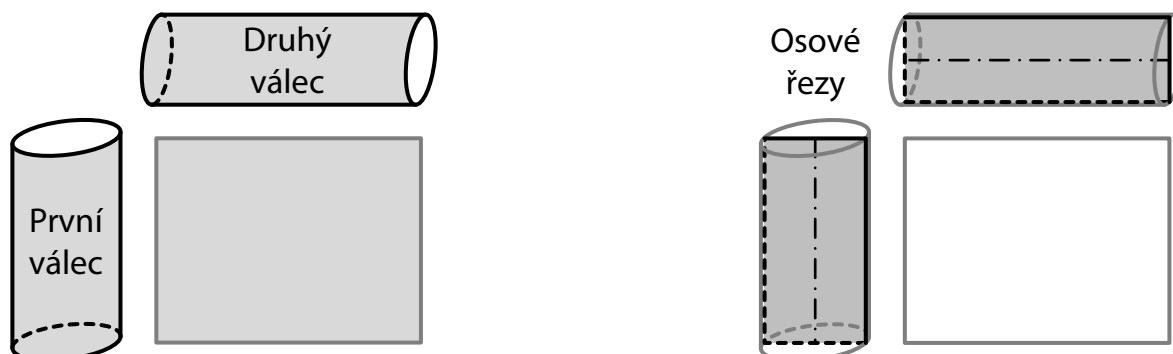
E) jiná délka



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZKY K ÚLOHÁM 19–20

Tentýž **obdélník** je rozvinutým **pláštěm prvního i druhého** rotačního **válce**.

Délky sousedních **stran obdélníku** jsou v poměru **5 : 4**. Výška prvního válce se shoduje s kratší stranou obdélníku, výška druhého válce s delší stranou obdélníku.



Úloha 19; 2 body

V jakém poměru je **objem prvního** válce ku objemu **druhého válce**?

- A) 1 : 1
- B) 5 : 4
- C) 25 : 16
- D) 125 : 64
- E) v jiném poměru

Úloha 20; 2 body

V jakém poměru je **obsah** osového **řezu prvního** válce ku obsahu osového řezu **druhého válce**?

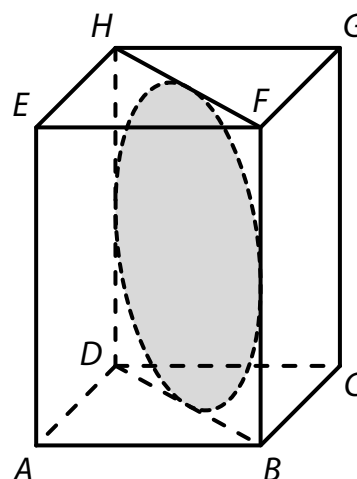
- A) 1 : 1
- B) $\sqrt{5} : 2$
- C) 5 : 4
- D) 25 : 16
- E) v jiném poměru

Úloha 21; 2 body

Úhlopříčnému řezu $DBFH$ pravidelného čtyřbokého hranolu $ABCDEFGH$ je vepsán kruh o průměru 8 cm.

Jaký je objem hranolu $ABCDEFGH$?

- A) menší než 256 cm^3
- B) 256 cm^3
- C) 384 cm^3
- D) 512 cm^3
- E) větší než 512 cm^3



Úloha 22; 2 body

Pro $x \in \langle \pi; 2\pi \rangle$ platí:

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

Jaká je hodnota $\operatorname{tg} x$?

- A) hodnota neexistuje
- B) $-\sqrt{3}$
- C) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
- D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- E) $\sqrt{3}$

Úloha 23; 2 body

V balíčku je 10 karet, z nichž právě 4 karty jsou esa.

Z balíčku náhodně vybereme 5 karet.

Jaká je pravděpodobnost, že mezi vybranými pěti kartami budou právě 3 esa?

A) $\frac{1}{42}$

B) $\frac{2}{21}$

C) $\frac{3}{5}$

D) $\frac{5}{21}$

E) jiná hodnota pravděpodobnosti

Úloha 24; 2 body

V geometrické posloupnosti je třetí člen $a_3 = 2$

a čtvrtý člen je o 3 menší než třetí člen.

Jaký je součet prvních tří členů uvedené geometrické posloupnosti ($a_1 + a_2 + a_3$)?

A) -3

B) 6

C) 15

D) 26

E) jiný součet

Úloha 25; max. 4 body

Nápověda: V úlohách 25.1–25.2 se výsledky vzájemně liší.

Ke každému bodu A (25.1–25.2) **přiřadte interval** (A–F), **v němž leží** hodnota jeho **chybějící souřadnice** a_1 .

25.1 Jsou dány body $A[a_1; 4]$ a $B[7; -2]$.

Střed S úsečky AB má **obě souřadnice stejné**.

Odpověď: **A** **B** **C** **D** **E** **F**

25.2 Jsou dány body $A[a_1; 0]$, $B[3; -2]$ a $C[1; -1]$.

Přímky AB a BC jsou **na sebe kolmé**.

Odpověď: **A** **B** **C** **D** **E** **F**

A) $\langle -7; -5 \rangle$

B) $\langle -5; -2 \rangle$

C) $\langle -2; 1 \rangle$

D) $\langle 1; 3 \rangle$

E) $\langle 3; 6 \rangle$

F) v žádném z uvedených intervalů