

MATEMATIKA

MAMZD21C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

07

SP-2

SP-2-A

SPUO-2

SPUO-3-A

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

Didaktický test obsahuje **26 úloh**.

Časový limit pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.

Povolené pomůcky: psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů a individuální kompenzační pomůcky. Nelze použít programovatelný kalkulačtor.

U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.

První část didaktického testu (úlohy 1–15) tvoří **úlohy otevřené**.

Ve druhé části (úlohy 16–26) jsou **uzavřené úlohy**, které obsahují i nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.

Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

Zvolte si, zda budete své odpovědi **zapisovat**

- **do záznamového archu,**
- **do testového sešitu,**
- **do počítače,**
- **na volné listy papíru** (jsou součástí záznamového archu).

Zvolenou variantu zápisu odpovědí **není možné** v průběhu zkoušky **měnit**.

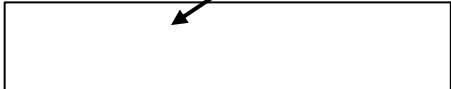
Dodržujte následující pokyny pro zápis odpovědí. Jakýkoli jiný způsob zápisu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.

Pokyny pro zápis odpovědí do záznamového archu:

V otevřených úlohách, ve kterých je nutné odpověď přímo napsat, zaznamenávejte odpovědi **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.

U **otevřených** úloh **pište výsledky čitelně** do vyznačených bílých polí.

1 

Je-li požadován celý **postup řešení**, uveďte jej do **záznamového archu**. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.

Zápisy uvedené mimo vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.

Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

U **uzavřených** úloh zřetelně **zakřížkujte** odpověď, kterou považujete za **správnou**, v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.

17 **A** **B** **C** **D** **E**

Pokud budete chtít následně zvolit jinou variantu odpovědi, pečlivě zabarvěte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.

17 **A** **B** **C** **D** **E**

Pokud zakřížkujete v jedné úloze/podúloze **více než jedno pole**, bude vaše odpověď považována **za nesprávnou**.

Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.

Pokyny pro zápis odpovědí do testového sešitu:

Na testový sešit přepište ze záznamového archu svůj identifikační kód a napište své jméno a příjmení.

V **otevřených** úlohách, ve kterých je požadována pouze odpověď, je místo pro odpověď označeno takto:

Odpověď:

V **otevřených** úlohách, ve kterých je požadován celý postup řešení, je místo pro řešení označeno takto:

Postup řešení:

Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.

U **uzavřených** úloh variantu odpovědi, kterou považujete za správnou, zakroužkujte takto:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

Pokud budete chtít zvolit jinou variantu odpovědi, pečlivě zabarvěte původní volbu a zakroužkujte novou variantu, například takto:

- A)
- B)
-
- D)
- E)

Pokud zakroužkujete v jedné úloze/podúloze **více než jedno písmeno**, bude vaše odpověď považována **za nesprávnou**.

Poznámky si můžete dělat do testového sešitu mimo místa vyhrazená pro zápis odpovědí, můžete využít i volné listy papíru, které jsou součástí záznamového archu. Poznámky nebudou předmětem hodnocení.

Pokyny pro zápis odpovědí do počítače a na volné listy papíru:

Zapisujete-li své odpovědi do prázdného textového souboru na počítači, uveďte nejprve svůj identifikační kód, své jméno a příjmení.

Napište číslo úlohy a k němu přiřete podle požadavků buď označení správné odpovědi, nebo krátkou odpověď, nebo celý postup řešení, například:

17) B nebo **2) Odpověď'** nebo **4) Celý postup řešení**

Je-li požadován celý postup řešení, nezapomeňte jej zapsat. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.

Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.

Je-li v záznamovém archu u úlohy předtištěný obrázek, řešení provedte do tohoto obrázku.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

Úloha 1; 1 bod

Pro $a \in \mathbf{N}$ upravte výraz a vyjádřete jej **ve tvaru odmocniny** o základu a .

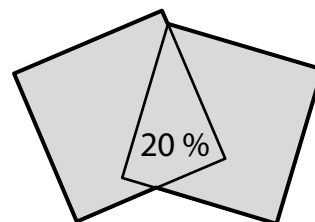
$$a^{\frac{1}{4}} : \sqrt[6]{a} =$$

Odpověď:

Úloha 2; 1 bod

Shodné čtverce se **částečně překrývají**. Jejich **sloučením** vznikl **šedý rovinný útvar**.

Obsah části, v níž se oba čtverce **překrývají**, tvoří **20 %** obsahu celého **šedého útvaru**.



Určete, **kolik procent obsahu** celého **šedého útvaru** tvoří **obsah jednoho čtverce**.

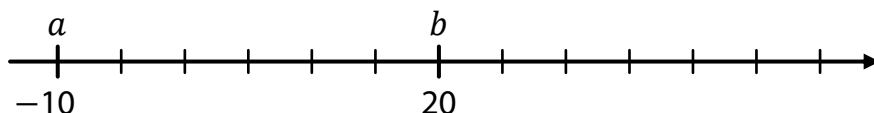
Odpověď:

Úloha 3; max. 2 body

Na číselné ose je vyznačeno 12 stejných dílků a obrazy čísel $a = -10$, $b = 20$.

Pro čísla x , y platí:

Číslo x je **trojnásobek čísla y** a zároveň číslo y je **o 30 menší než** číslo x .



Na číselné ose vyznačte a **popište** obrazy čísel x , y .

Úloha 4; max. 2 body

Uvedte celý **postup řešení**.

Pro $y \in \mathbf{R} \setminus \{3\}$ **zjednodušte**:

$$\frac{\frac{y}{3} - \left(\frac{y}{3}\right)^2}{3y - 9} =$$

Postup řešení:

Úloha 5; max. 2 body

Uvedte celý **postup řešení**.

Na stejné cívky se navíjejí ocelová lana. **Hmotnost** prázdné **cívky** je c **tun**, **hmotnost** samotného **lana** na plně navinuté cívce je ℓ **tun** a hmotnost lana **poloviční** délky je $0,5\ell$ **tun**.

Jedna plně navinutá cívka a 11 prázdných cívek mají **dohromady o 4 tuny** **menší hmotnost než 6 cívek s lany polovičních** délek.

Vyjádřete veličinu ℓ **v závislosti na** veličině c .

Postup řešení:

Úloha 6; max. 2 body

Uved'te celý **postup řešení**.

V oboru **R** řešte:

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6} - \frac{3}{2} = 0$$

Postup řešení:

Úloha 7; max. 2 body

Čtverec $ABCD$ má **vrchol** $A[2; -2]$ a **střed** $S[3; 0]$.

7.1 Zapište **souřadnice vrcholu C** čtverce $ABCD$.

Odpověď:

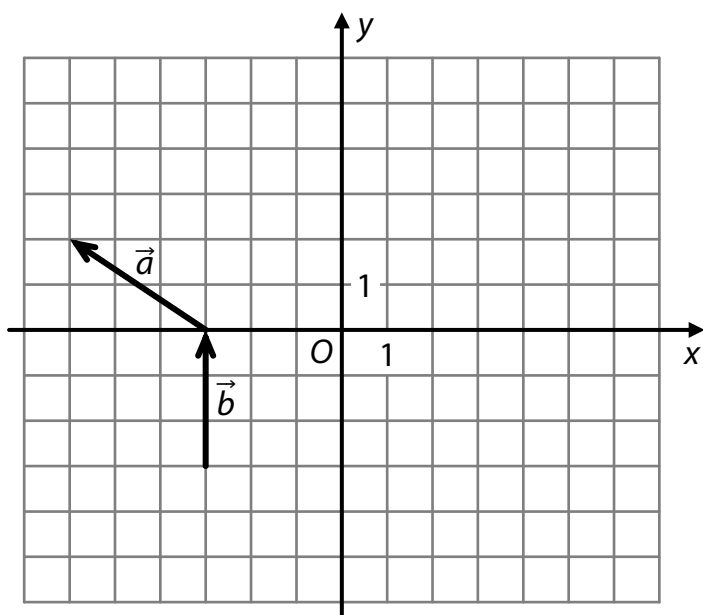
7.2 Zapište **obecnou rovnici přímky BD**.

Odpověď:

Úloha 8; max. 2 body

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou umístěny **vektory** \vec{a} a \vec{b} .

(Počáteční i koncové body umístění těchto vektorů jsou v mřížových bodech.)



8.1 Pro vektor $\vec{u} = (-6; u_2)$ platí $\vec{a} \cdot \vec{u} = 0$.

Vypočtete chybějící **souřadnici** u_2 vektoru \vec{u} .

Odpověď:

8.2 **Zakreslete vektor** $\vec{v} = \vec{b} - \vec{a}$ tak, aby bod **O** byl **počátečním bodem** jeho umístění v kartézské soustavě souřadnic Oxy .

Obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

Úloha 9; 1 bodV oboru **R** řešte:

$$\frac{x^2 - 5x}{x} \leq 0$$

Odpověď:

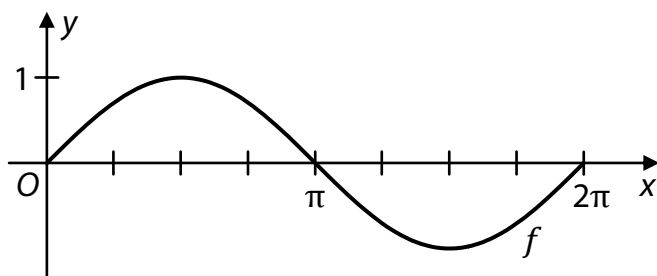
Úloha 10; 1 bodV oboru **R** řešte:

$$2^{5x} - \log_5 \sqrt{5} = 0$$

Odpověď:

Úloha 11; max. 2 body

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestaven **graf funkce** $f: y = \sin x$ pro $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$.



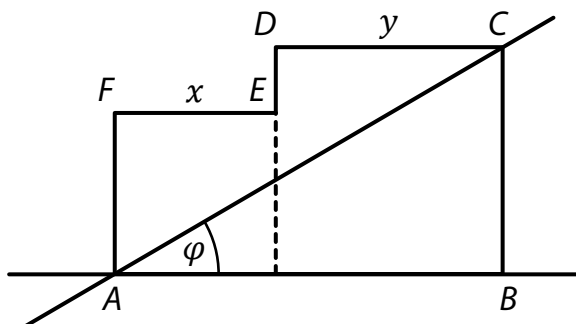
Vypočtěte všechny hodnoty proměnné $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$, **pro něž** je $f(x) = -0,5$.

Odpověď:

Úloha 12; 1 bod

Útvar $ABCDEF$ na obrázku je složen ze dvou čtverců, jejichž strany mají délky x, y .

Odchylka přímek AB a AC je φ . Platí $\operatorname{tg} \varphi = \frac{9}{13}$.



Vypočtěte poměr $y : x$.

Odpověď:

Úloha 13; 1 bod

Ze skupiny **25 žáků**, ve které je **18 dívek a 7 chlapců**, se **vylosují dva** žáci.

Určete **pravděpodobnost**, že se **vylosuje smíšený pár** (dívka a chlapec).

Odpověď:

Úloha 14; max. 3 body

Uvedte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Emil, Pavel a Martin **koupili** společně **dárek** za **2 975 korun**.

Pavel přispěl **částkou o 20 % vyšší než Emil**.

Emil přispěl **částkou**, která je **o 20 % menší než** aritmetický **průměr** příspěvků **Pavla a Martina**.

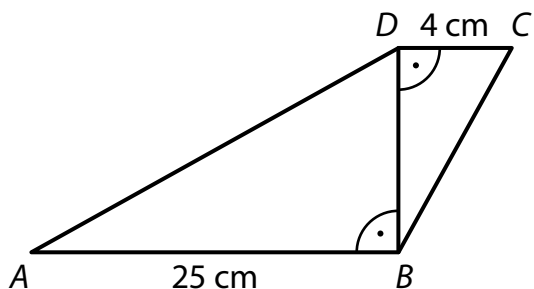
Vypočtete, **jakou částkou** přispěl **Martin**.

Postup řešení:

Úloha 15; max. 2 body

Uvedte celý **postup řešení**.

V lichoběžníku $ABCD$ mají základny AB a CD délky 25 cm a 4 cm. Úhlopříčka BD je současně výškou lichoběžníku a rozděluje lichoběžník na dva trojúhelníky, které jsou podobné.



Vypočtete v cm^2 **obsah lichoběžníku $ABCD$.**

Postup řešení:

Úloha 16; max. 2 body

V pravoúhlém trojúhelníku ABC má přepona AB délku c , odvěsna AC délku b a zbývající strana délku a . Vnitřní úhel při vrcholu A má velikost α a při vrcholu B velikost β .

Rozhodněte o každém z následujících **tvrzení** (16.1–16.4), zda je **pravdivé (A)**, či **nikoli (N)**.

16.1

$$\frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1$$

A - N

16.2

$$\frac{a + b}{c} = 1$$

A - N

16.3

$$c \cdot \sin \alpha = b \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

A - N

16.4

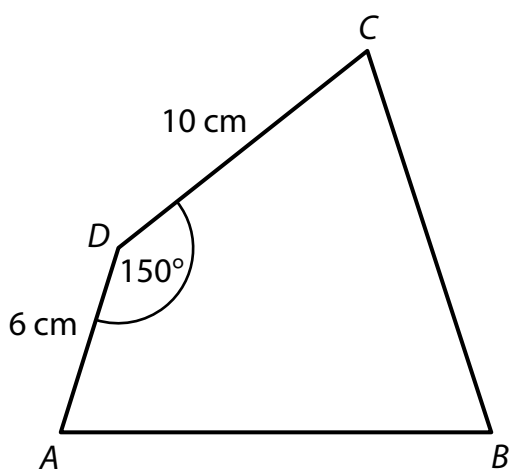
$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = 1$$

A - N

Úloha 17; 2 body

Ve **čtyřúhelníku** $ABCD$ o **obsahu** 70 cm^2 platí:

$$|\sphericalangle ADC| = 150^\circ, |CD| = 10 \text{ cm}, |AD| = 6 \text{ cm}$$



Jaký je obsah trojúhelníku ABC?

- A) menší než 43 cm^2
- B) 44 cm^2
- C) 49 cm^2
- D) 55 cm^2
- E) větší než 56 cm^2

Úloha 18; 2 body

Je dán výraz:

$$V(a) = \frac{(a+4)(a^2-4)(a+3)^2}{(a^2-9)(a-2)^2}$$

Hodnota výrazu $V(a)$ je rovna nule pro

- A) alespoň **tři celá** čísla.
- B) právě **dvě záporná** celá čísla.
- C) právě **jedno kladné a jedno záporné** celé číslo.
- D) právě **dvě kladná** celá čísla.
- E) právě **jedno celé** číslo.

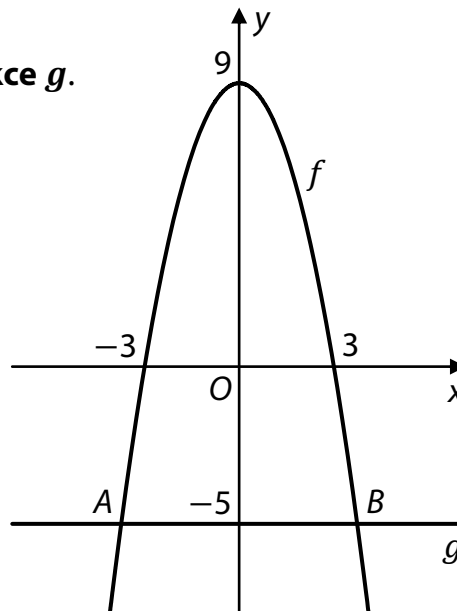
Úloha 19; 2 body

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestrojen graf **kvadratické funkce f** a graf **konstantní funkce g** .

Průsečíky grafů funkcí f a g jsou body A, B .

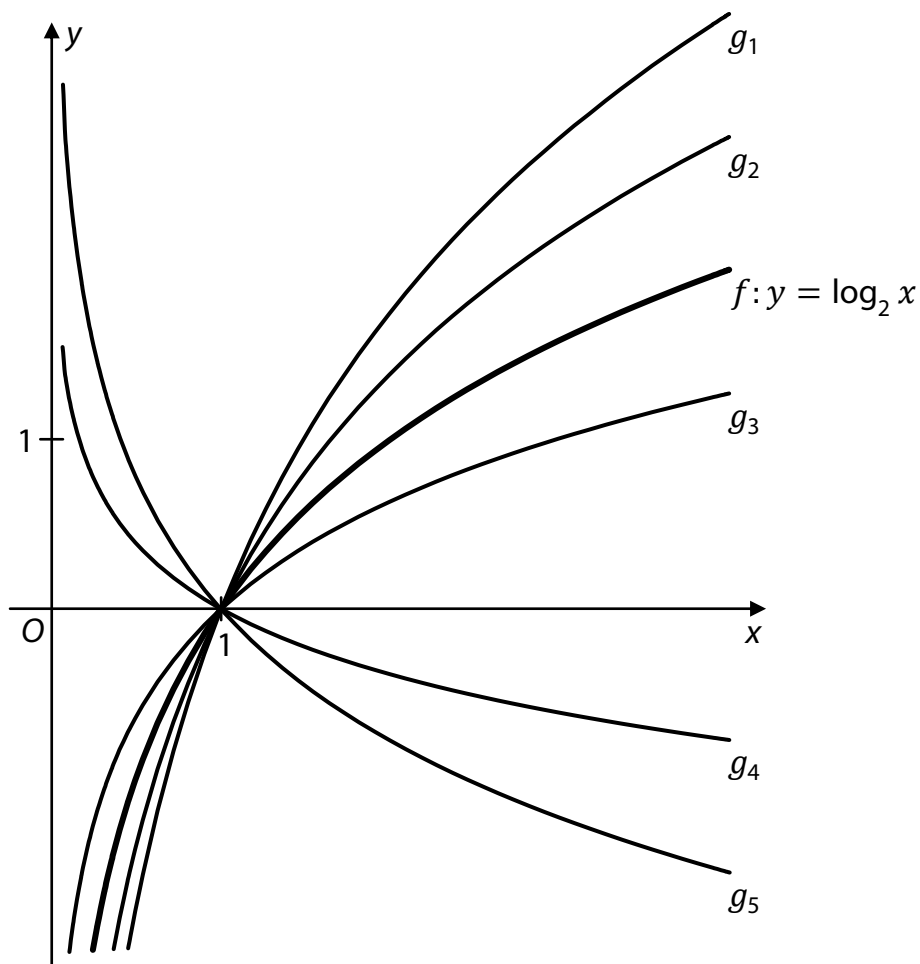
Jaká je vzdálenost bodů A, B ?

- A) $2\sqrt{14}$
- B) 7,6
- C) $2\sqrt{15}$
- D) 8
- E) jiná vzdálenost



Úloha 20; 2 body

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestaven **graf** funkce $f: y = \log_2 x$ a **grafy pěti** dalších **logaritmických funkcí** g_1-g_5 s předpisy $y = \log_a x$, v nichž se **základy a vzájemně liší**. Všechny tyto funkce mají definiční obor $(0; +\infty)$.



Kolik z daných **funkcí** g_1-g_5 má **základ menší než 2** (tj. $a < 2$)?

- A) nelze určit
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

Úloha 21; 2 body

Počty nově nakažených osob se v rizikové oblasti **denně evidují** vždy v 18 hodin. V poslední době **pozorujeme exponenciální růst** šíření nákazy a zatím se nepředpokládá změna tohoto trendu. Tedy **denní počty nově nakažených** osob **odpovídají** po sobě jdoucím **členům geometrické posloupnosti** zaokrouhleným na celá čísla.

V sobotu (tj. **před 2 dny**) bylo evidováno **729 nově nakažených** osob, v pondělí (tj. **dnes**) **810** osob a v pátek tohoto týdne (tj. ode dneška **za 4 dny**) lze očekávat **n nově nakažených** osob.

Ve kterém intervalu leží n ?

- A) (810; 980)
- B) (980; 1030)
- C) (1030; 1080)
- D) (1080; 1230)
- E) (1230; 2 460)

Úloha 22; 2 body

V **aritmetické posloupnosti** $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$a_3 = 8$$

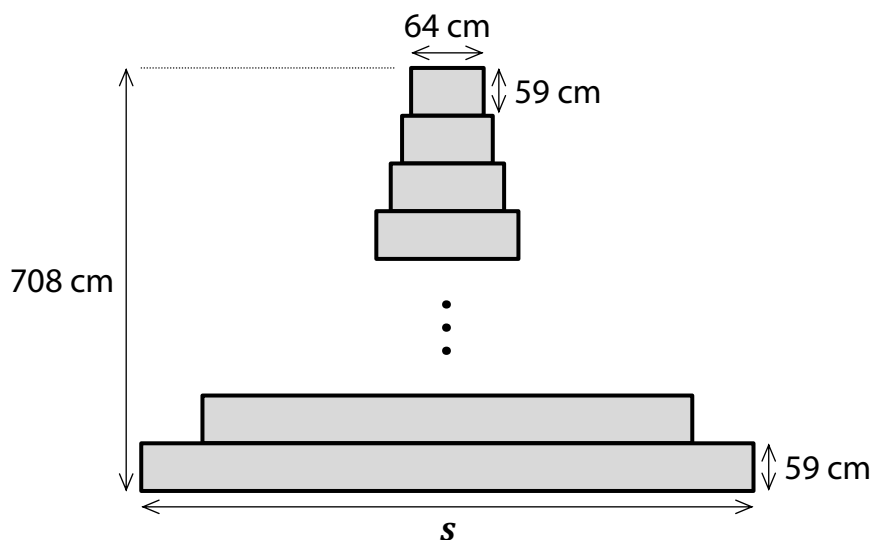
$$a_5 = a_3 + a_4$$

Které z následujících tvrzení je nepravdivé?

- A) $a_1 + a_2 + a_3 = 0$
- B) $a_2 + a_3 = 8$
- C) $a_1 + a_3 = a_2$
- D) $a_2 + a_4 = a_3$
- E) $a_2 + a_3 + a_4 = a_5$

Úloha 23; 2 body

Na zeď haly je promítnut **obrazec vysoký 708 cm**. Obrazec je **složen z obdélníků**, **první obdélník** shora má **výšku 59 cm** a **šířku 64 cm**. Každý **další obdélník** má rovněž **výšku 59 cm**, ale **šířku** má vždy **o čtvrtinu větší, než je šířka předchozího** obdélníku. (Mezi obdélníky nejsou žádné mezery.)



Jaká je šířka s posledního obdélníku?

Výsledek je zaokrouhlen na celé cm.

- A) 745 cm
- B) 768 cm
- C) 809 cm
- D) 931 cm
- E) jiná šířka

Úloha 24; 2 body

Z šesti číslic 0, 1, 2, 3, 4, 5 vytváříme pětímístná (neboli pěticiferná) čísla, v jejichž zápisu jsou v každé trojici sousedních číslic tři různé číslice.

(Pětímístné číslo **nezačíná číslicí 0.**)

Např. v zápisu pětímístného čísla 10 240 jsou tři trojice sousedních číslic (tj. 102, 024 a 240) a každá z nich obsahuje tři různé číslice.

Kolik pětímístných čísel splňujících uvedené podmínky lze vytvořit?

- A) 720
- B) 1024
- C) 1600
- D) 1920
- E) 2000

Úloha 25; max. 4 body

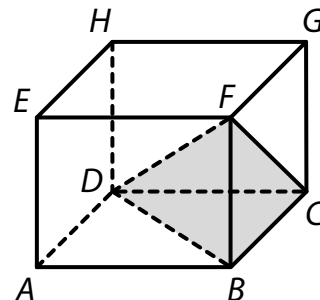
Nápověda: V úlohách 25.1–25.4 se výsledky vzájemně liší.

Přiřadte ke každé úloze (25.1–25.4) odpovídající **výsledek** (A–F).

25.1 V kvádru $ABCDEFGH$ je umístěn **trojboký jehlan $BCDF$** .

Objem kvádru $ABCDEFGH$ je 240 cm^3 .

Jaký je objem trojbokého jehlanu $BCDF$?



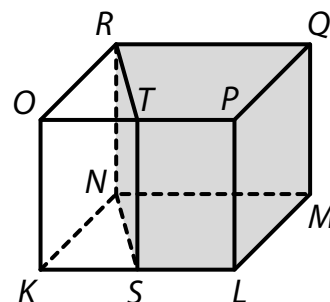
Odpověď: **A B C D E F**

25.2 V kvádru $KLMNOPQR$ je umístěn **čtyřboký hranol $SLMNTPQR$** .

Body S, T jsou po řadě **středů hran KL, OP** .

Objem čtyřbokého hranolu $SLMNTPQR$ je 24 cm^3 .

Jaký je objem kvádru $KLMNOPQR$?

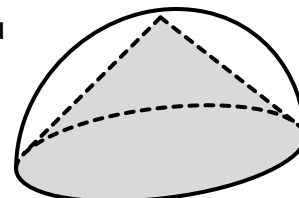


Odpověď: **A B C D E F**

25.3 Do **polokoule** je vepsán **rotační kužel** (podstavy obou těles splývají, vrchol kužele leží na hranici polokoule).

Objem rotačního kužele je 24 cm^3 .

Jaký je objem polokoule?

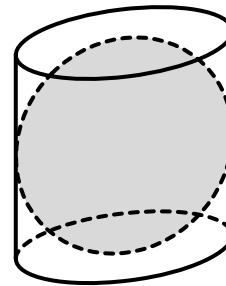


Odpověď: **A B C D E F**

25.4 Do rovnostranného rotačního válce je vepsána koule
(koule **se dotýká pláště** válce **i obou podstav** válce).
Objem koule je 24 cm^3 .

Jaký je objem rotačního válce?

Odpověď: A B C D E F



A) menší než 30 cm^3

B) 30 cm^3

C) 32 cm^3

D) 36 cm^3

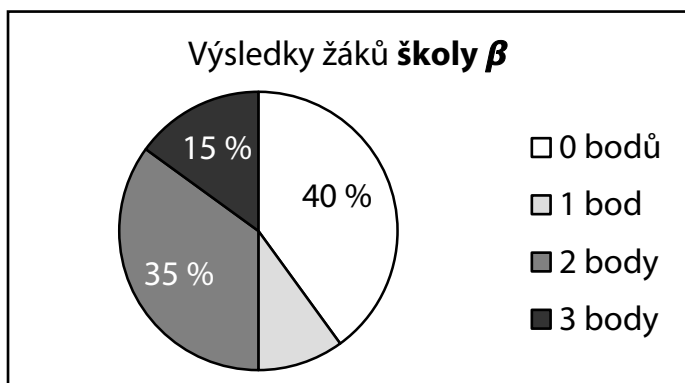
E) 40 cm^3

F) větší než 40 cm^3

Úloha 26; max. 3 body

Nápověda: V úlohách 26.1–26.3 se výsledky vzájemně liší.

Všichni **žáci tří škol** (α , β , γ) se zúčastnili **soutěže**, v níž **každý žák získal 0, 1, 2, nebo 3 body**. **Výsledky** žáků jsou zaznamenány v následujících **diagramech a tabulkách**.



Výsledky žáků **školy γ**

Počet bodů	0	1	2	3
Počet žáků		0	25	35

Pro každou školu zvlášť byly z výsledků žáků vypočteny **charakteristiky polohy** – **medián, modus** a **aritmetický průměr**. Ve **škole γ** byl **průměrný počet bodů 1,24**. Mezi **mediány** všech škol se zjistí **nejnižší hodnota**, stejně tak mezi **mody** a **aritmetickými průměry**.

	Medián	Modus	Aritmetický průměr
Škola α			
Škola β			
Škola γ			1,24
Nejnižší hodnota			

Přiřadte ke každé charakteristice polohy (26.1–26.3) výčet všech škol (A–E), které dosáhly nejnižší zjištěné hodnoty této charakteristiky.

26.1 Medián

Odpověď: **A** **B** **C** **D** **E**

26.2 Modus

Odpověď: **A** **B** **C** **D** **E**

26.3 Aritmetický průměr

Odpověď: **A** **B** **C** **D** **E**

- A) pouze škola α
- B) pouze škola β
- C) pouze škola γ
- D) škola α i škola β
- E) škola β i škola γ

KONEC DIDAKTICKÉHO TESTU