

# MATEMATIKA+

MXMVD16C0T01

## DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Hranice úspěšnosti: 33 %

### 1 Základní informace k zadání zkoušky

- Didaktický test obsahuje 23 úloh.
- Časový limit pro řešení didaktického testu je uveden na záznamovém archu.
- Povolené pomůcky: psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi pište do záznamového archu.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–12) tvoří úlohy otevřené.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 13–23) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je právě jedna odpověď správná.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku se neudělují záporné body.

### 2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte modře nebo černě píšící propisovací tužkou, která píše dostatečně silně a nepřerušovaně.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu.

### 2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

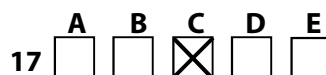
- Výsledky pište čitelně do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- Zápisy uvedené mimo vyznačená bílá pole nebudou hodnoceny.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

### 2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, zabarvíte pečlivě původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.
- Pokud zakřížkujete více než jedno pole, bude vaše odpověď považována za nesprávnou.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYNI!

**1 bod**

- 1** Množina  $M = \{-93, -92, -91, \dots, 56\}$  obsahuje 150 po sobě jdoucích celých čísel.

**Uvedte počet všech čísel množiny  $M$ , jejichž absolutní hodnota patří rovněž do množiny  $M$ .**

---

**max. 2 body**

- 2** **V oboru  $\mathbb{R}$  řešte:**

$$\sqrt{6-x} = -x$$

---

**max. 2 body**

- 3** **V oboru  $\mathbb{N}$  řešte:**

$$\binom{n+1}{n-1} = 90n$$

#### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Členové kapely si pořídili aparaturu za 13 500 Kč. Všichni na nákup přispěli stejnou částkou. Kdyby jim vypomohl ještě fanoušek Jarda a celkovou částku si rovnocenně rozdělili i s ním, každému z členů kapely by se náklady snížily o 450 Kč.

(CZVV)

**max. 3 body**

**4** Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete, kolik členů má kapela.

**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**

---

**1 bod**

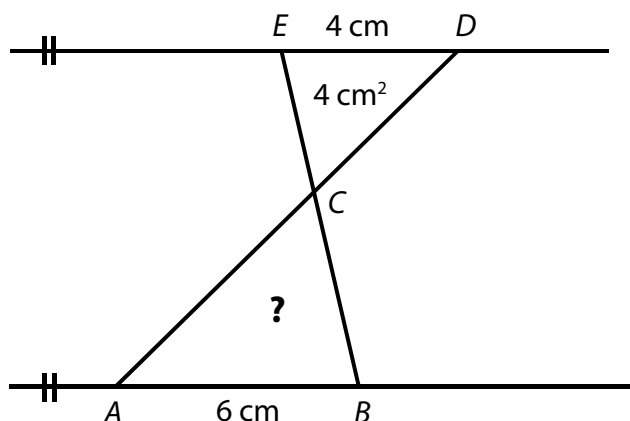
**5** Je dána funkce  $f$  s proměnnou  $x \in \mathbf{R} \setminus \{3\}$ :

$$f(x) = \frac{x+k}{4x-12} + \frac{x}{x-3}$$

**Určete reálné číslo  $k$ , pro které je funkce  $f$  konstantní.**

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Platí:  $AB \parallel DE$ ,  $C \in AD \cap BE$ ,  $|AB| = 6 \text{ cm}$ ,  $|DE| = 4 \text{ cm}$ ,  $S_{\triangle CDE} = 4 \text{ cm}^2$ .



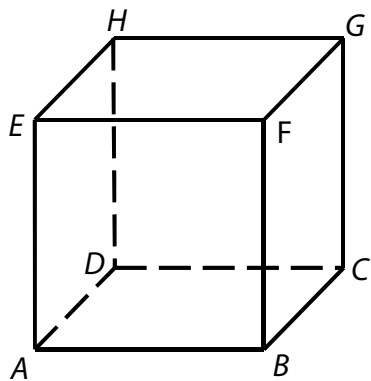
(CZVV)

1 bod

6 Vypočtěte  $S_{\triangle ABC}$  (obsah trojúhelníku  $ABC$ ).

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Délka hrany krychle  $ABCDEFGH$  je 4 cm.



(CZVV)

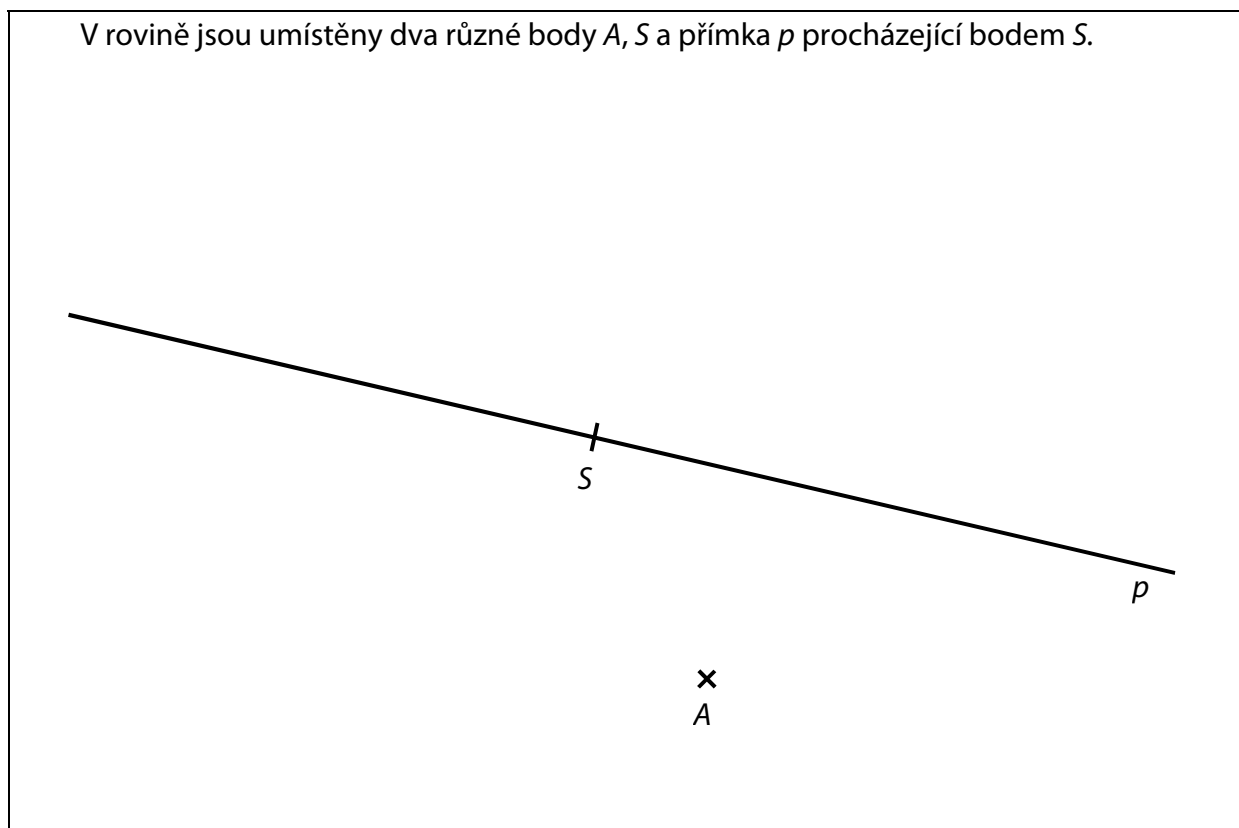
max. 2 body

7 Vypočtěte vzdálenost  $d$  bodu  $A$  od přímky  $FH$ . Nezaokrouhľujte.

V záznamovém archu uveďte náčrtek situace a postup řešení. Čáry obtáhněte propisovací tužkou.

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině jsou umístěny dva různé body  $A, S$  a přímka  $p$  procházející bodem  $S$ .



(CZVV)

**max. 3 body**

- 8** Sestrojte rovnoběžník  $ABCD$  se středem  $S$ , jehož úhlopříčka  $BD$  leží na přímce  $p$  a vnitřní úhel při vrcholu  $B$  má velikost  $\beta = 60^\circ$ .
- 8.1 **Provedte náčrtek rovnoběžníku  $ABCD$  a запиšte rozbor nebo postup konstrukce.**

8.2 **Provedte konstrukci rovnoběžníku  $ABCD$ .**

**V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry a křivky propisovací tužkou.**

**1 bod**

- 9** Každý bod paraboly  $\mathcal{P}$  má stejnou vzdálenost od bodu  $F[4; 2]$  a od souřadnicové osy  $x$ .

**Zapište rovnici tečny  $t$  paraboly  $\mathcal{P}$  v jejím vrcholu.**

max. 3 body

10 V trojúhelníku  $ABC$  s těžištěm  $T$  platí:

$$\vec{AT} = (5; 1), T[3; 4], C[5; 2].$$

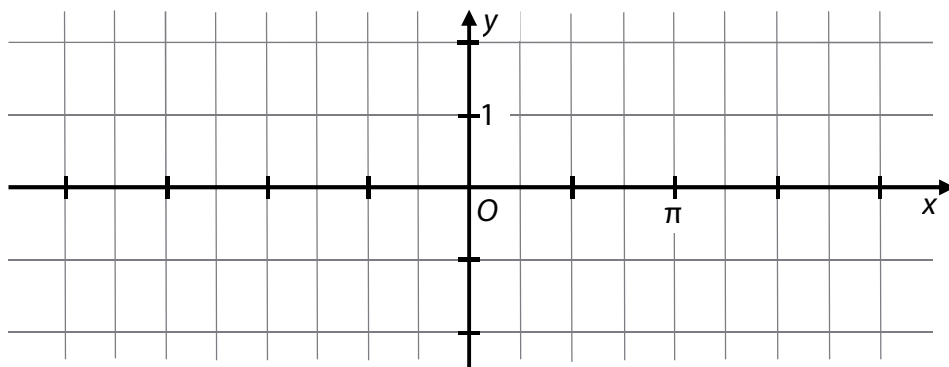
**Vypočtěte souřadnice zbývajících vrcholů  $A, B$  trojúhelníku  $ABC$ .**

**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**

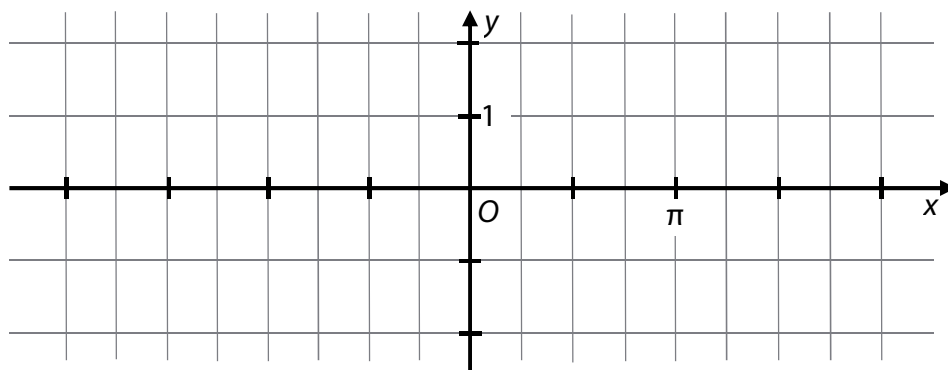
11 Sestrojte grafy funkcí  $f$  a  $g$  pro  $x \in \langle -2\pi; 2\pi \rangle$ .

V záznamovém archu obtáhněte grafy **propisovací tužkou**.

11.1  $f: y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$



11.2  $g: y = \sin \frac{x}{2}$





## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Jsou dány dvě nekonečné řady:

$$a + a^2 + a^3 + a^4 + \dots + a^n + \dots$$

$$b - b^2 + b^3 - b^4 + \dots + (-1)^{n+1}b^n + \dots$$

Uvažujme takové dvojice hodnot  $a \in \left(0; \frac{1}{3}\right)$  a  $b \in (0; 1)$ , pro něž mají obě řady **stejný součet  $s$** .

(CZVV)

**max. 4 body**

**12**

12.1 **Vypočtete  $b$ , jestliže je  $a = \frac{1}{6}$ .**

12.2 **Vyjádřete  $b$  v závislosti na  $a$ .**

12.3 **Vypočtete součet  $s$ , jestliže je  $b = 2a$ .**

Ve všech částech úlohy 12 uveďte **v záznamovém archu celý postup řešení.**

**13 Ke každé rovnici (13.1–13.3) řešené v oboru  $\mathbb{R}$  přiřadte interval (A–F), do něhož patří řešení dané rovnice.**

13.1  $|5 + x| = -x$  \_\_\_\_\_

13.2  $3^{\log(x-2)} = 1$  \_\_\_\_\_

13.3  $2^{2x} - 2 \cdot 2^x + 2^0 = 0$  \_\_\_\_\_

A)  $(-\infty; -3)$

B)  $\langle -3; -1 \rangle$

C)  $\langle -1; 1 \rangle$

D)  $\langle 1; 2 \rangle$

E)  $\langle 2; 4 \rangle$

F)  $\langle 4; +\infty \rangle$

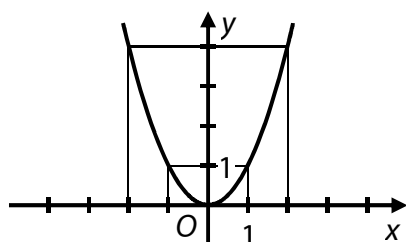
14 Přiřadte ke každému předpisu reálné funkce (14.1–14.3) odpovídající graf funkce (A–F).

14.1  $y = \frac{-x^2}{2}$  \_\_\_\_\_

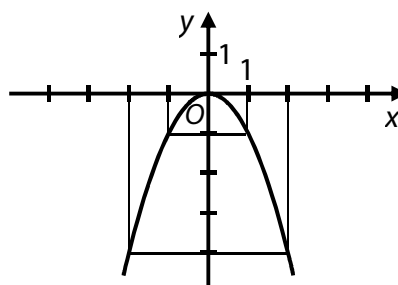
14.2  $y = -\left(\frac{-x}{2}\right)^2$  \_\_\_\_\_

14.3  $y = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{-2} \cdot x\right)^2$  \_\_\_\_\_

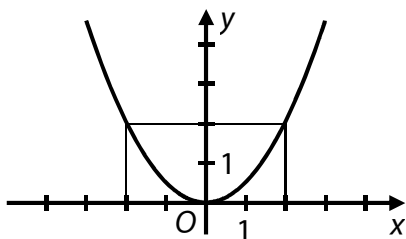
A)



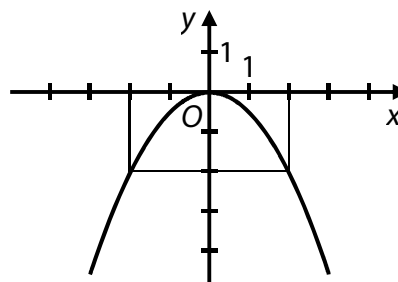
B)



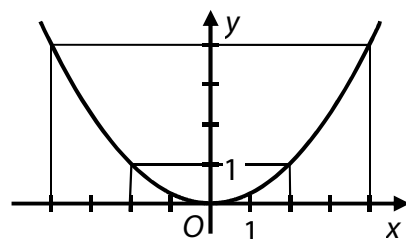
C)



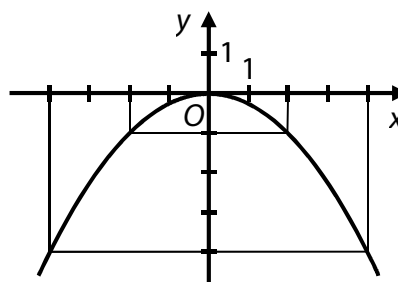
D)



E)



F)



## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Jsou uvedeny postupy řešení tří nerovnic I, II a III v oboru  $\mathbf{R}$ .

I:  $\log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} 5$

**Postup řešení:**

Definiční obor nerovnice:  $\mathbf{R}^+$

$$\log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} 5$$

$$x \geq 5$$

$$\underline{\underline{K_I = (5; \infty)}}$$

III:  $\frac{x}{x-1} < 0$

**Postup řešení:**

Definiční obor nerovnice:  $\mathbf{R} \setminus \{1\}$

$$\frac{x}{x-1} < 0$$

$$x < 0$$

$$\underline{\underline{K_{III} = (-\infty; 0)}}$$

II:  $x^2 > x$

**Postup řešení:**

Definiční obor nerovnice:  $\mathbf{R}$

$$x^2 > x$$

$$x > 1$$

$$\underline{\underline{K_{II} = (1; \infty)}}$$

(CZV)

**2 body**

**15 U které nerovnice je v uvedeném postupu řešení chyba?**

- A) pouze u jedné ze tří nerovnic
- B) u I a II
- C) u I a III
- D) u II a III
- E) u I, II a III

**2 body**

**16 Který z uvedených výrazů je pro některé hodnoty proměnné  $x \in \mathbf{R}$  kladný?**

- A)  $\sqrt{x^2} - x$
- B)  $x \cdot |x| - x^2$
- C)  $|x| \cdot |x+1| - |x^2 + x|$
- D)  $|2x^3| \cdot x - |2x| \cdot x^3$
- E)  $\sqrt{\frac{1}{4}} \cdot |x| - \left| \frac{x}{2} \right|$

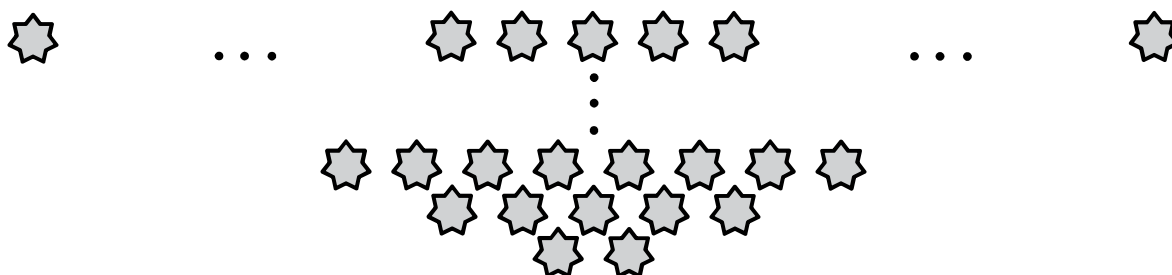
17 U kterého výrazu platí, že jeho hodnota nepatří do oboru  $\mathbb{R}$ ?

(Číslo  $i$  je imaginární jednotka.)

- A)  $(2 + i)(2 - i)$
- B)  $\pi \cdot i^{16}$
- C)  $\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2}\right)^2$
- D)  $\left(\frac{1}{i-1}\right)^2$
- E)  $i + \frac{1}{i}$

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

Hvězdičky jsou v obrázci umístěny v řadách nad sebou. Počty hvězdiček v jednotlivých řadách tvoří konečnou aritmetickou posloupnost. V nejkratší řadě jsou dvě hvězdičky. Počet hvězdiček v nejdelší řadě je o 99 větší než počet všech řad.



(CZVV)

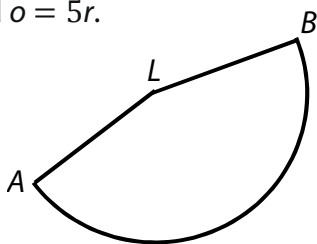
2 body

18 Kolik hvězdiček obsahuje celý obrazec?

- A) méně než 3 775
- B) 3 775
- C) 3 876
- D) více než 3 876
- E) Úloha nemá řešení.

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Z kruhu se středem  $L$  a poloměrem  $r = 6$  cm je oddělena kruhová výseč, která má obvod  $o = 5r$ .



(CZVV)

2 body

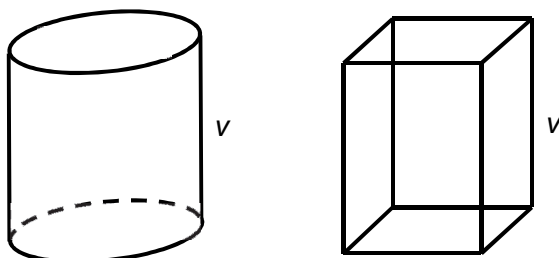
19 Jaký je obsah kruhové výseče?

- A)  $15\pi$  cm<sup>2</sup>
- B)  $54$  cm<sup>2</sup>
- C)  $18\pi$  cm<sup>2</sup>
- D)  $108$  cm<sup>2</sup>
- E) jiný obsah

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Je dán rotační váleček a kvádr se čtvercovou podstavou. Obě tělesa mají stejnou výšku  $v$  a stejný obsah pláště  $S_{pl}$ .

Objem válce je  $k$ -krát větší než objem pravidelného čtyřbokého hranolu.



(CZVV)

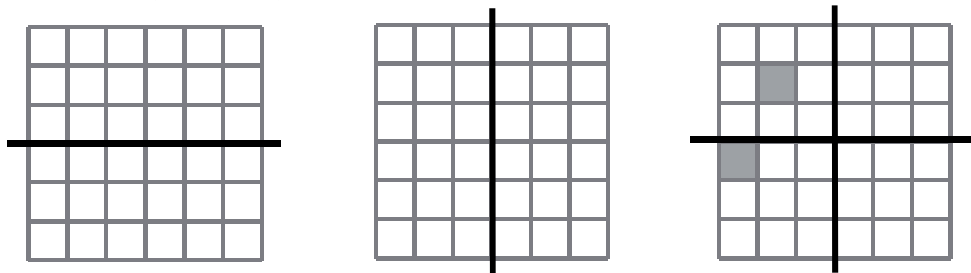
2 body

20 Jaká je hodnota násobku  $k$ ?

- A)  $2\pi$
- B)  $\frac{2}{\pi}$
- C)  $\frac{4}{\pi}$
- D)  $\frac{2}{\pi^2}$
- E)  $\frac{4}{\pi^2}$

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Čtvercová síť má  $6 \times 6$  polí. Uvažujme dělení čtvercové sítě na poloviny a čtvrtiny pouze způsoby uvedenými na obrázcích. Do čtvercové sítě se umístí dvě tmavá pole.



(CZVV)

2 body

**21** Kolika způsoby je možné do čtvercové sítě umístit dvě tmavá pole tak, aby byla v téže polovině, ale nebyla ve stejné čtvrtině?

- A) 54
- B) 72
- C) 324
- D) 486
- E) 729

### VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 22

V hotelu je 10 hostů. V tabulce je uvedeno, zda se domluví, či nedomluví anglicky nebo francouzsky.

	domluví se francouzsky	nedomluví se francouzsky
domluví se anglicky	2	3
nedomluví se anglicky	1	4

(CZVV)

2 body

**22** Jaká je pravděpodobnost, že se spolu domluví anglicky nebo francouzsky dva náhodně vybraní hosté?

- A)  $\frac{1}{3}$
- B)  $\frac{3}{5}$
- C)  $\frac{3}{10}$
- D)  $\frac{4}{15}$
- E) jiná pravděpodobnost

max. 3 body

23 Hyperbola je dána rovnicí  $(x + 4)^2 - y^2 = 16$ .

**Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (23.1–23.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**

	A	N
23.1 Hyperbola má se souřadnicovou osou $y$ právě jeden společný bod.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.2 Vzdálenost obou vrcholů hyperboly je 8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.3 Přímka $p: y = x$ má s hyperbolou právě jeden společný bod.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

---

**ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.**

---