

# MATEMATIKA+

MXMVD19C0T01

## DIDAKTICKÝ TEST

**Maximální bodové hodnocení: 50 bodů**  
**Hranice úspěšnosti: 33 %**

### 1 Základní informace k zadání zkoušky

- **Didaktický test** obsahuje **23 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–12) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 13–23) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

### 2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

### 2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.

1



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

### 2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.

A   B   C   D   E

17

- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvíte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.

A   B   C   D   E

17

- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

**TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!**

1 Pro  $x \in (0; +\infty)$  upravte výraz:

$$\frac{x^8 - x^4}{(x^4 + x^2)(x^2 + x)} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

1 bod

2 Je dán výraz s proměnnou  $n \in \mathbf{N}$ :

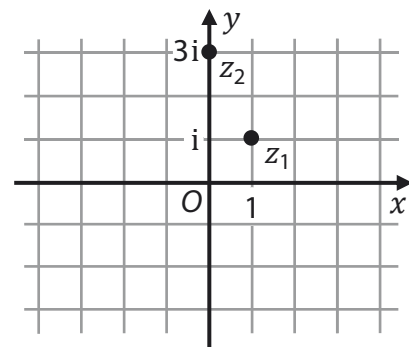
$$\frac{10^{n-1}}{2} - 2 \cdot 10^{n-2}$$

Upravte jej a vyjádřete jako součin některého z přirozených čísel od 1 do 9 a mocniny čísla 10.

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 3

V Gaussově rovině jsou (v mřížových bodech) zobrazena komplexní čísla  $z_1$  a  $z_2$ .

Platí:  $z = z_1 \cdot z_2$ .



(CZVV)

1 bod

3 Zapište v goniometrickém tvaru číslo  $z$ , jehož argument  $\varphi$  je z intervalu  $(0; 2\pi)$ .

**max. 2 body**

- 4** Třetí mocnina neznámého čísla je o 100 menší než druhá mocnina součtu téhož neznámého čísla s číslem 10.

**Vypočtěte neznámé číslo.** Najděte všechna řešení.

**V záznamovém archu** uveďte celý **postup řešení**.

---

**VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5**

Každý pracovník firmy mluví alespoň jedním ze dvou jazyků – anglicky nebo německy.  
Polovina těch, kteří mluví německy, mluví i anglicky.  
Třetina těch, kteří mluví anglicky, mluví i německy.

(CZVV)

**1 bod**

- 5** **Vyjádřete zlomkem v základním tvaru, jaká část všech pracovníků firmy mluví oběma jazyky (anglicky i německy).**

## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

K dispozici je 11 ampulí o stejném objemu.  
Do 3 ampulí dohromady se vejdou více než 4 centilitry tekutiny, ale méně než 5 centilitrů.  
Do 4 ampulí dohromady se vejde více než 5 centilitrů tekutiny, ale méně než 6 centilitrů.  
Celkový objem 11 ampulí je přesně  $n$  centilitrů, kde  $n$  je přirozené číslo.

(CZVV)

**max. 2 body**

**6 Vypočtěte  $n$ .**

Najděte všechna řešení.

---

**max. 2 body**

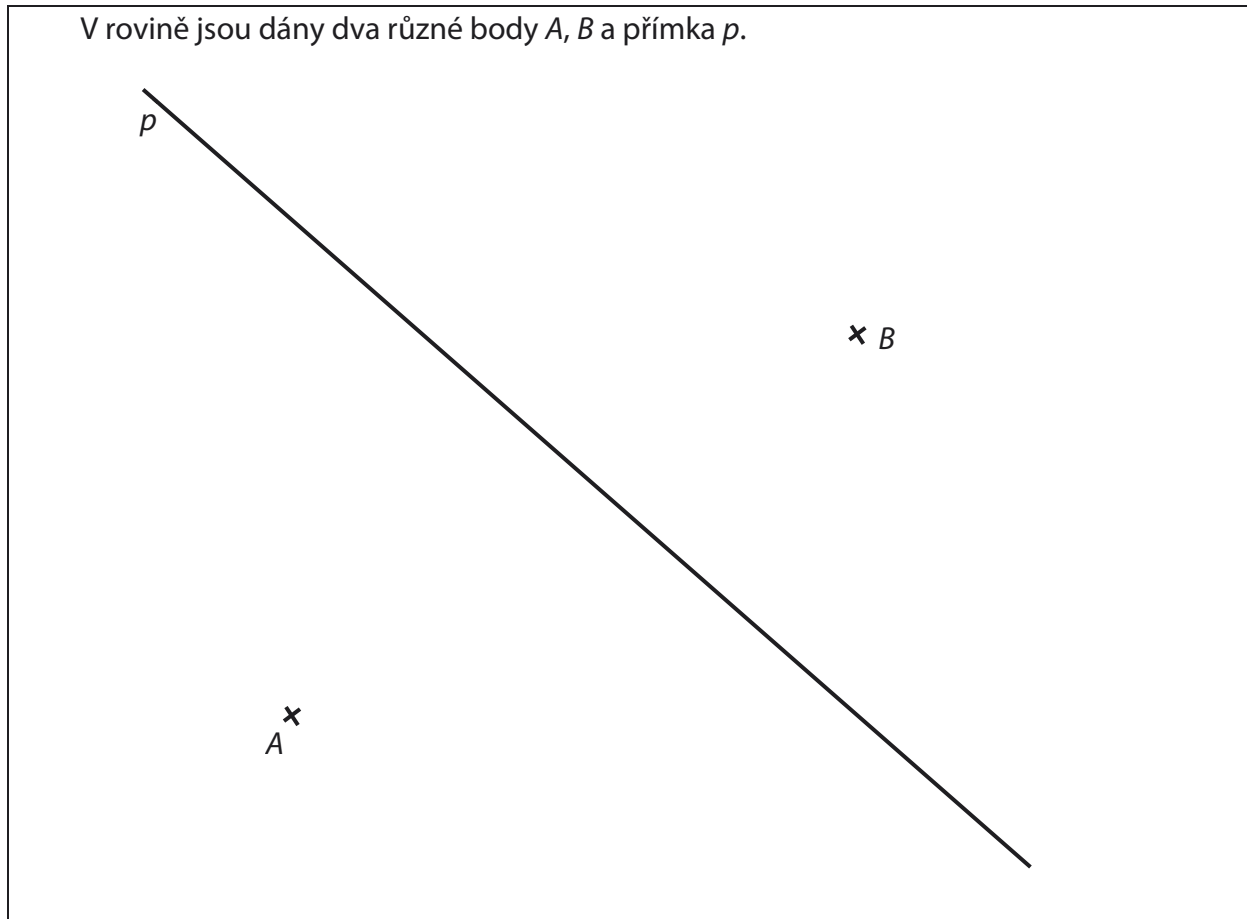
**7 Pro  $\alpha \in \langle 0; 2\pi \rangle$  řešte:**

$$\sin 2\alpha - 3 \cos \alpha = 0$$

**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině jsou dány dva různé body  $A, B$  a přímka  $p$ .



(CZVV)

**max. 3 body**

**8** Body  $A, B$  jsou vrcholy trojúhelníku  $ABC$ . Na přímce  $p$  leží pata výšek trojúhelníku  $ABC$  vedených z vrcholů  $B$  a  $C$ .

(Pata výšky na stranu  $AB$  je průsečík této výšky s přímkou  $AB$ .)

8.1 Proveďte náčrtek trojúhelníku  $ABC$  a zapište rozbor nebo postup konstrukce pro chybějící vrchol  $C$  trojúhelníku  $ABC$ .

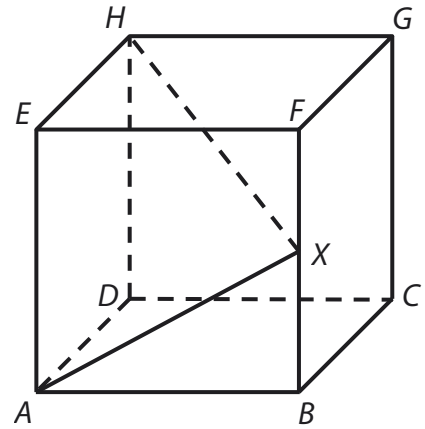
8.2 V obrázku sestrojte chybějící vrchol  $C$  trojúhelníku  $ABC$  a trojúhelník narýsujte. Najděte všechna řešení.

**V záznamovém archu** obtáhněte všechny čáry a křivky **propisovací tužkou**.

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V krychli  $ABCDEFGH$  je bod  $X$  střed hrany  $BF$ .

Platí:  $|AX| = \sqrt{20}$  cm.



(CZVV)

**max. 2 body**

#### 9 Vypočtěte v cm

- 9.1 délku hrany krychle,
- 9.2 vzdálenost bodů  $X$  a  $H$ .

---

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Byla vybrána skupina tří zaměstnanců, jejichž platy tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Z těchto tří platů je nejvyšší plat o 25 % vyšší než nejnižší plat a aritmetický průměr všech tří platů je 36 000 korun.

(CZVV)

**max. 2 body**

#### 10 Vypočtěte, o kolik korun se liší nejvyšší a nejnižší plat ve vybrané skupině.

**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**

**max. 3 body**

- 11** Graf funkce  $f: y = \frac{ax + 6}{x - 2}$  s proměnnou  $x \in \mathbf{R} \setminus \{2\}$  protíná souřadnicové osy  $x, y$  ve dvou bodech, které mají stejnou vzdálenost od počátku  $O$  soustavy souřadnic  $Oxy$ .

**Určete hodnotu reálného koeficientu  $a$ .**

Najděte všechna řešení.

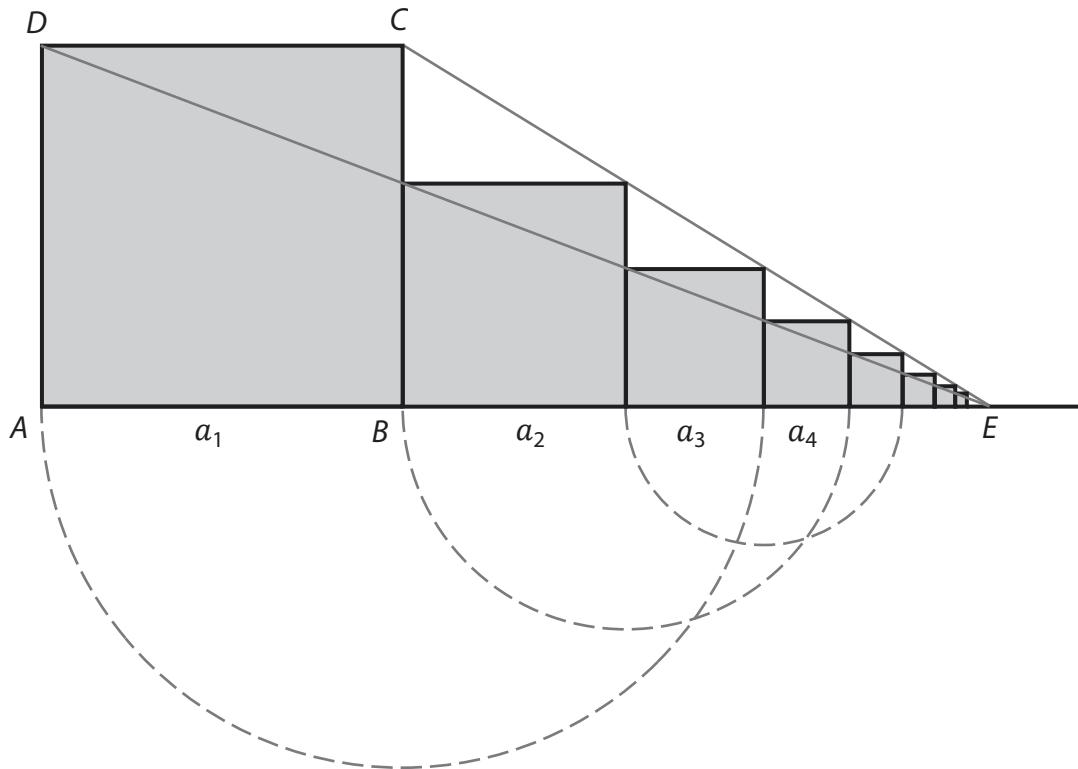
**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

Každý ze zobrazených čtverců má dva sousední vrcholy na přímce  $AE$ , další vrchol na přímce  $CE$  a poslední vrchol na přímce  $DE$ .

Zobrazené čtverce splňují současně následující podmínky:

- délka strany prvního čtverce je  $a_1 = 1$  dm,
- délky stran všech po sobě jdoucích čtverců tvoří geometrickou posloupnost,
- délka strany každého čtverce je součtem délek stran dvou následujících čtverců.



(CZVV)

max. 4 body

### 12

- 12.1 Vyjádřete (bez zaokrouhlení) kvocient  $q$  dané posloupnosti.
- 12.2 Vypočtete v dm (bez zaokrouhlení) délku úsečky  $AE$ .
- 12.3 Vypočtete v  $\text{dm}^2$  obsah trojúhelníku  $CDE$ .

**V záznamovém archu** uveďte ve všech částech úlohy 12 celý **postup řešení**.



**13 Přiřadte každé nerovnici (13.1–13.3) množinu všech jejích řešení (A–F) v oboru R.**

13.1  $\frac{x-1}{x} < 1$  \_\_\_\_\_

13.2  $2 \cdot 4^{2-x} - \log_4 16 < 0$  \_\_\_\_\_

13.3  $\log_{0,5}(x-1) > 0$  \_\_\_\_\_

- A)  $(-\infty; 0)$
- B)  $(-\infty; 2)$
- C)  $(1; 2)$
- D)  $(2; +\infty)$
- E)  $(0; +\infty)$
- F) jiná množina

14 Ve skupině je 23 párů (muž a žena).

**Určete, kolika způsoby (A–F) lze z této skupiny vybrat**

14.1 trojici osob, z nichž žádné dvě nejsou z téhož páru; \_\_\_\_\_

14.2 trojici osob, z nichž žádné dvě nejsou z téhož páru a alespoň 1 osoba je muž; \_\_\_\_\_

14.3 **čtveřici** osob obsahující právě jednu dvojici z téhož páru. \_\_\_\_\_

A) 7 590

B) 12 397

C) 13 409

D) 14 168

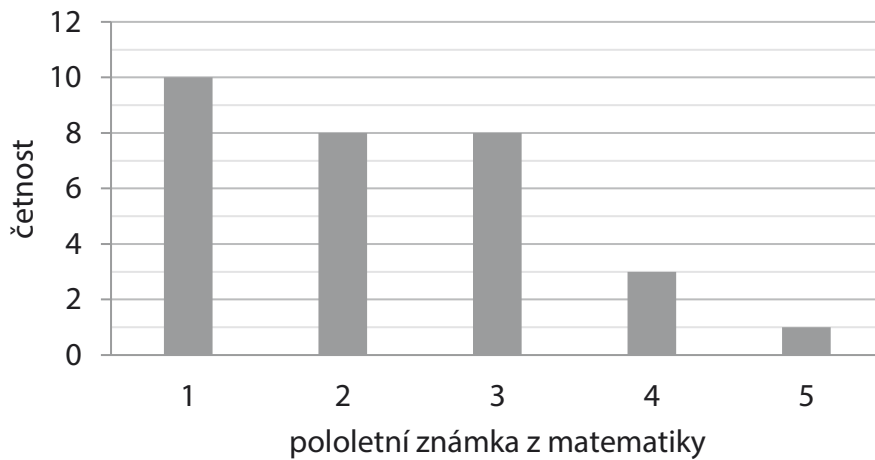
E) 21 252

F) jiným počtem

## VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 15

Ve třídě 4. A je 14 chlapců a 16 dívek. Ve skupině všech chlapců této třídy je medián pololetních známek z matematiky 2,5.

V následujícím grafu je uvedeno rozdělení četností pololetních známek z matematiky ve 4. A.



(CZVV)

**2 body**

**15 Jaký je největší možný počet dívek, které mohly za daných podmínek získat známku 3?**

- A) 7
- B) 6
- C) 5
- D) 4
- E) jiný počet

16 Která z následujících funkcí je v intervalu  $\langle 1; +\infty \rangle$  rostoucí?

- A)  $f_1: y = |x - 2| + 1$
- B)  $f_2: y = 2 - |x + 1|$
- C)  $f_3: y = |x - 1| - 2$
- D)  $f_4: y = 2 - |x - 1|$
- E) žádná z uvedených

---

17 Je dána funkce  $g: y = x^2 - 4x + 4, x \in (-\infty; 0)$ .

**Jaký je definiční obor inverzní funkce  $g^{-1}$  k funkci  $g$ ?**

- A)  $D(g^{-1}) = \langle 4; +\infty \rangle$
- B)  $D(g^{-1}) = \langle 0; +\infty \rangle$
- C)  $D(g^{-1}) = (-\infty; 4)$
- D)  $D(g^{-1}) = (-\infty; 0)$
- E) Žádný, k funkci  $g$  neexistuje inverzní funkce.

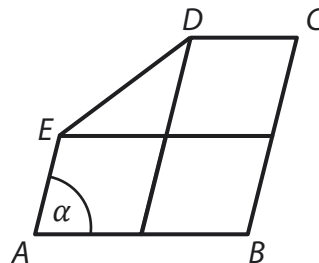
- 18 Obrazem kružnice  $k: (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$  v osové souměrnosti s osou  $o$  je kružnice  $l: (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$ .

Která z následujících rovnic je rovnice osy souměrnosti  $o$ ?

- A)  $2x + y = 0$
- B)  $2x - y = 0$
- C)  $x + 2y = 0$
- D)  $x - 2y = 0$
- E) žádná z uvedených

#### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Pětúhelník  $ABCDE$  se skládá ze 3 shodných kosočtvců o straně délky 3 cm a tupoúhlého trojúhelníku. Dále platí, že  $\cos \alpha = \frac{1}{9}$ .



(CZW)

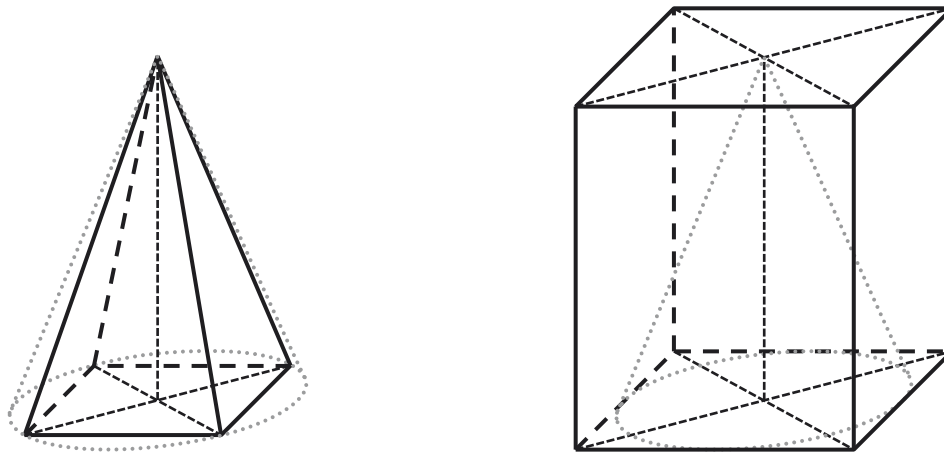
2 body

- 19 Jaký je obvod pětúhelníku  $ABCDE$ ?

- A)  $(18 + 2 \cdot \sqrt{5})$  cm
- B)  $(18 + 3 \cdot \sqrt{2})$  cm
- C) 22 cm
- D)  $(18 + 2 \cdot \sqrt{3})$  cm
- E) jiný obvod

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Do rotačního kužele je vepsán pravidelný čtyřboký jehlan. Témuž kuželi je opsán pravidelný čtyřboký hranol.



(CZVV)

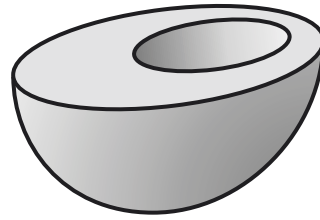
**2 body**

**20** Kolikrát větší je objem hranolu než objem jehlanu?

- A) méně než 5krát
- B) 5krát
- C)  $\frac{5\pi}{3}$ krát
- D) 6krát
- E) více než 6krát

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

V dřevěné polokouli s poloměrem  $r$  byla vytvořena prohlubeň tvaru polokoule s poloměrem  $\frac{r}{2}$  tak, že podstavy obou polokoulí leží v téže rovině.



(CZVV)

2 body

21 Jaký je povrch vytvořeného tělesa (včetně plochy prohlubně)?

- A)  $\frac{5\pi r^2}{2}$
- B)  $\frac{13\pi r^2}{4}$
- C)  $\frac{7\pi r^2}{2}$
- D)  $\frac{15\pi r^2}{4}$
- E) jiný povrch

---

2 body

22 Platí:

$$a, b \in \mathbf{N}, a < b,$$

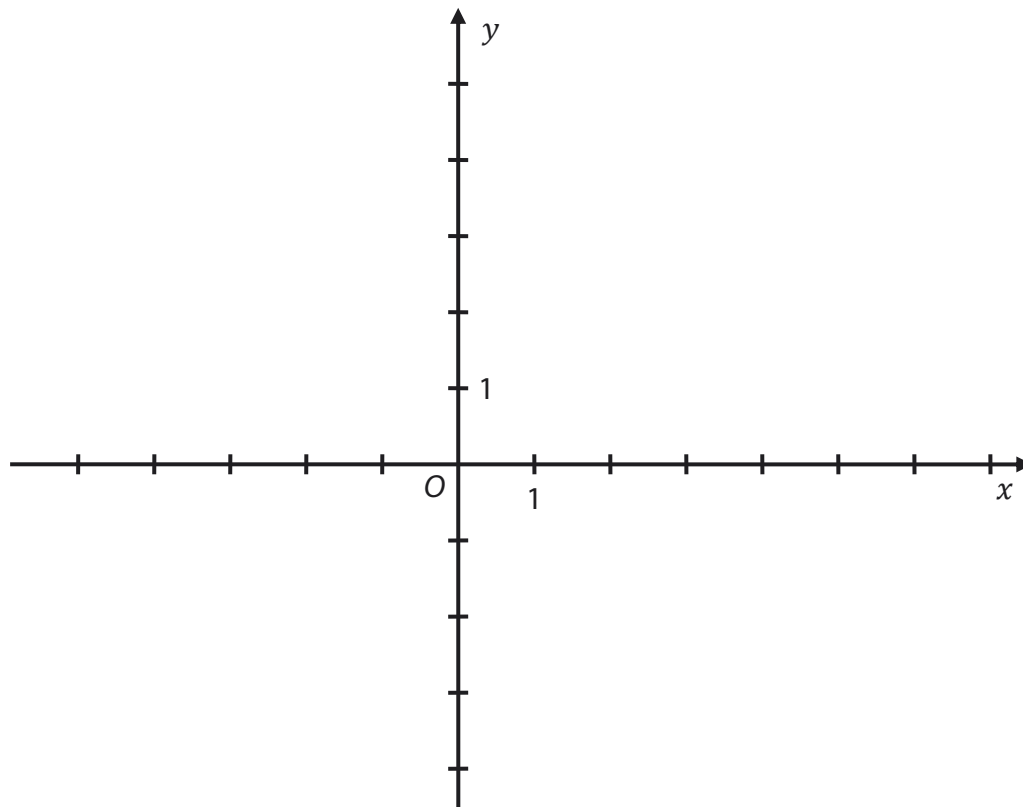
$a$  je dělitelné dvěma,  $b$  je dělitelné šesti,  $b$  je dělitelné  $a$ .

**Které z následujících tvrzení není pravdivé?**

- A) Součet  $a + b$  nemusí být dělitelný šesti.
- B) Součet  $a + b$  nemusí být dělitelný osmi.
- C) Rozdíl  $b - a$  musí být dělitelný dvěma.
- D) Součin  $a \cdot b$  musí být dělitelný dvanácti.
- E) Podíl  $b : a$  musí být dělitelný třemi.

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Body  $A[0; 5]$  a  $C[1; -2]$  jsou vrcholy trojúhelníku  $ABC$  a bod  $C_1[-2; 1]$  je střed strany  $AB$ .



(CZVV)

max. 3 body

**23** Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (23.1–23.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- |   | A                        | N                        |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 23.1 Těžiště $T$ trojúhelníku $ABC$ leží na některé ze souřadnicových os $x, y$ . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23.2 Bod $A_1[-1; -2,5]$ je střed strany $BC$ trojúhelníku $ABC$ .                | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23.3 V trojúhelníku $ABC$ je vnitřní úhel $BCA$ tupý.                             | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

---

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.

---