

MATEMATYKA

MAMZD22P0T01

TEST DYDAKTYCZNY

Maksymalna ilość punktów: 50

Próg zaliczenia: 33%

1 Podstawowe informacje dotyczące zadań

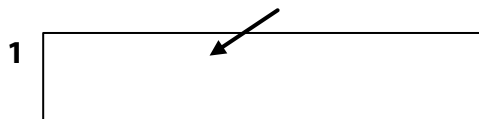
- Test dydaktyczny zawiera **25 zadań**.
- **Czas pracy** oznaczono w kartach odpowiedzi.
- **W czasie pracy można korzystać tylko z:** przyborów do pisania i rysowania, „Tablic matematyczno-fizyczno-chemicznych” i prostego kalkulatora bez karty graficznej, nieposiadającego funkcji rozwiązywania równań i przekształcania wyrażeń algebraicznych. Nie można używać kalkulatora programowalnego.
- Obok każdego zadania umieszczono maks. ilość punktów.
- Odpowiedzi wpisuj do karty odpowiedzi.
- **Niejednoznaczny lub nieczytelny zapis zostanie uznany za błędny.**
- Notować można w arkuszu zadań, notatki nie zostaną ocenione.
- Pierwszą część testu dydaktycznego (zadania 1–14) tworzą **zadania otwarte**.
- W drugiej części testu dydaktycznego (zadania 15–25) zawarte są zadania zamknięte z wyborem odpowiedzi. We wszystkich zadaniach /lub ich częściach/ **tylko jedna odpowiedź jest poprawna**.
- Za brak rozwiązania lub nieprawidłowe rozwiązanie całego zadania **nie przydziela się punktów ujemnych**.

2 Zasady poprawnego zapisu odpowiedzi

- Pisz długopisem z **niebieskim lub czarnym wkładem**. Pisz **wyraźnie, czytelnie, uważaj, by długopis nie przerywał**.
- O ile będziesz rysować zwykłym ołówkiem, pogrub wszystko długopisem.
- Ocenione zostaną **tylko odpowiedzi umieszczone w karcie odpowiedzi**.

2.1 Wskazówki do zadań otwartych

- Wyniki **wpisuj czytelnie** do wyznaczonych białych pól.



- Jeżeli wymagane jest całe rozwiązanie, przedstaw, oprócz wyniku, cały przebieg rozwiązania. Jeżeli podasz tylko wynik, to nie otrzymasz za to zadanie żadnych punktów.
- **Zapisy obok wyznaczonych białych pól nie zostaną ocenione.**
- Błędny zapis przekreśl i zapisz nowe rozwiązanie.

2.2 Wskazówki do zadań zamkniętych

- Poprawną odpowiedź oznacz wyraźnie krzyżykiem w białym polu na karcie odpowiedzi, wg rysunku – dokładnie.



- Jeżeli chcesz zmienić odpowiedź, starannie zakoloruj oznaczone pole, zaś wybraną odpowiedź oznacz krzyżykiem w nowym polu.



- Jakikolwiek inny sposób wpisywania odpowiedzi i wnoszenia poprawek uznany zostanie za odpowiedź błędną.

NIE OTWIERAJ ARKUSZA ZADAŃ, POCZEKAJ NA DECYZJĘ OSOBY NADZORUJĄCEJ!

1 punkt

1 Dany jest przedział A oraz zbiór B:

$$A = \langle -5; 5 \rangle$$

$$B = \{x \in \mathbf{R}; -8 \leq x < 3\}$$

Wyznacz $A \cap B$.

1 punkt

2 Dla $n \in \mathbf{N}$ uporządkuj wyrażenie i zapisz w postaci potęgi o podstawie 4.

$$4 \cdot \frac{16^{3n}}{4^{2n+1}} =$$

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 3

Tylko jedna piąta wyprodukowanych butelek PET **nie jest sortowana**.
70% posortowanych butelek PET jest poddawanych recyklingowi.
(Nieposortowane butelki nie są poddawane recyklingowi.)

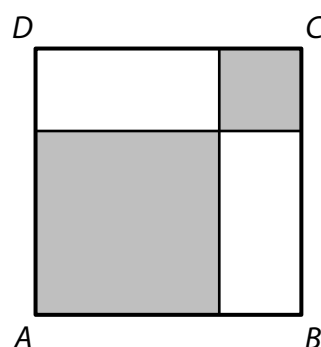
(CZW)

1 punkt

- 3 Oblicz, ile procent wyprodukowanych butelek PET jest poddawanych recyklingowi.**

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 4

Kwadrat $ABCD$ podzielono dwoma odcinkami na dwa mniejsze ciemne kwadraty i dwa przystające białe prostokąty.
Obwód jednego białego prostokąta wynosi 22 cm.



(CZW)

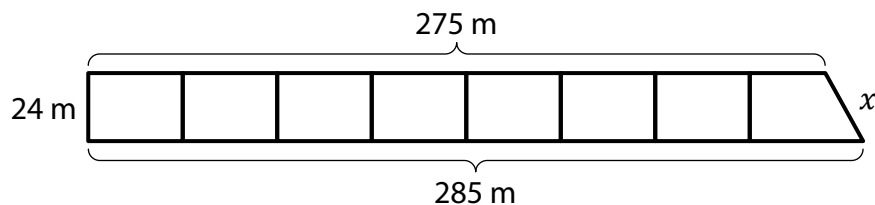
1 punkt

- 4 Oblicz w cm^2 pole powierzchni kwadratu $ABCD$.**

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 5

Działka ma kształt trapezu prostokątnego o wysokości 24 m i podstawach o długościach 285 m i 275 m.

Działka podzielona jest na **8 parcel** o identycznym polu powierzchni. Pierwsze siedem parcel to prostokąty przystające, ostatnia parcela ma kształt trapezu prostokątnego.



(CZW)

maks. 3 punkty

5 Oblicz

- 5.1 w m^2 pole powierzchni jednej parceli,
- 5.2 w m brakującą długość x boku działki,
- 5.3 w m obwód **ostatniej** parceli.

maks. 2 punkty

6 Uprość dla $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 0; 3\}$:

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{3}{x^2 - 3x}\right) : \frac{1}{x^2 - 9} =$$

W karcie odpowiedzi przedstaw cały przebieg rozwiązania.

maks. 2 punkty

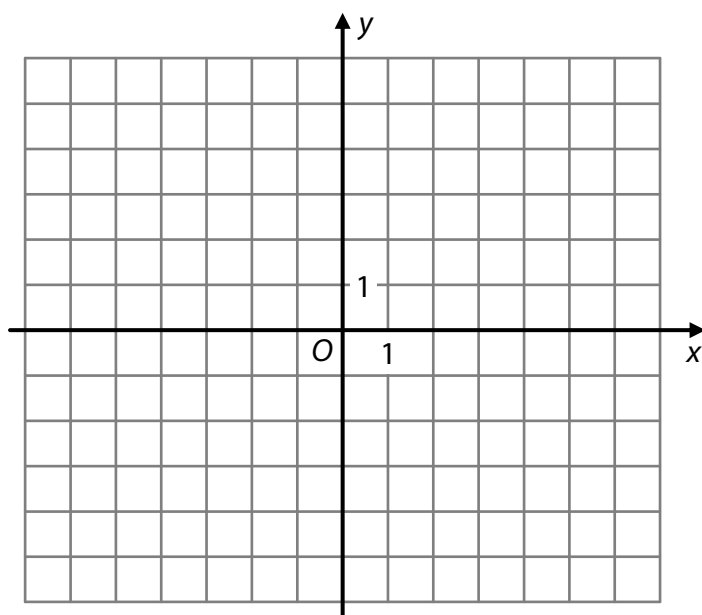
7 Rozwiąż w zbiorze \mathbb{R} :

$$\frac{x-2}{x+2} \cdot \frac{3}{x} + \frac{16}{x^2+2x} = \frac{x}{x+2}$$

W karcie odpowiedzi przedstaw cały przebieg rozwiązania.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 8

Funkcja $f: y = \frac{3}{x-1}$ jest zdefiniowana dla wszystkich dopuszczalnych wartości $x \in \mathbf{R}$.



(CZVV)

maks. 2 punkty

8

8.1 Określ obie współrzędne punktu przecięcia $P[p_1; p_2]$ wykresu funkcji f z osią współrzędnych y .

8.2 W kartezjańskim układzie współrzędnych Oxy skonstruuj wykres funkcji f . Zaznacz na wykresie funkcji co najmniej trzy punkty przecięcia siatki.

W karcie odpowiedzi popraw wszystko długopisem.

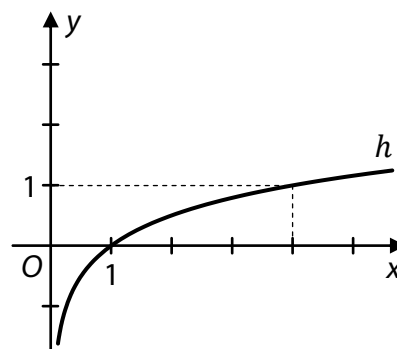
1 punkt

- 9 Funkcja $g: y = x(x - 36)$ jest zdefiniowana dla wszystkich wartości $x \in \mathbf{R}$. Wierzchołkiem wykresu funkcji g jest punkt $V[v_1; v_2]$.

Określ pierwszą współrzędną v_1 wierzchołka V .

TEKST ŹRÓDŁOWY I WYKRES DO ZADANIA 10

W kartezjańskim układzie współrzędnych Oxy skonstruowany jest wykres funkcji logarytmicznej $h: y = \log_a x$, której dziedziną jest przedział $(0; +\infty)$.



(CZW)

maks. 2 punkty

10 Określ

- 10.1 podstawę a funkcji logarytmicznej h ,
10.2 wartość zmiennej x , dla której jest $h(x) = 3$.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNKI DO ZADANIA 11

Na taśmie znajduje się dziewięć kolejnych cyfr od 1 do 9:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Zakrywając trzy cyfry, utworzymy liczbę sześciocyfrową, na przykład:

345 678

		3	4	5	6	7	8	
--	--	---	---	---	---	---	---	--

134 679

1		3	4		6	7		9
---	--	---	---	--	---	---	--	---

156 789

1				5	6	7	8	9
---	--	--	--	---	---	---	---	---

(CZW)

maks. 2 punkty

11 Oblicz,

- 11.1 ile różnych liczb sześciocyfrowych można w ten sposób utworzyć,
- 11.2 ile z tych liczb sześciocyfrowych ma w miejscu dziesiątek cyfrę 7.

maks. 2 punkty

12 W ciągu arytmetycznym z różnicą $d = 15$ sześćdziesiąty wyraz to $a_{60} = 340$.

- 12.1 Wyznacz pierwszy wyraz a_1 .
- 12.2 Wyznacz, którym w kolejności (k) wyrazem jest najmniejszy dodatni wyraz tego ciągu ($a_k > 0$).

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 13

Robot porusza się po spirali. Najmniej czasu spędzi na pierwszym łuku spirali.

Czas spędzony na kolejnych łukach stopniowo się wydłuża. Różnica czasów spędzonych na dowolnych dwóch kolejnych łukach jest stała.

Pierwsze dwa łuki pokonuje robot w 32 sekundy, sam czwarty łuk również w 32 sekundy.

(CZW)

maks. 2 punkty

13 Oblicz czas, jaki robot spędza na piątym łuku.

W karcie odpowiedzi przedstaw cały przebieg rozwiązania.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 14

Jedna moneta o wartości jednej korony waży 3,6 grama, a jedna moneta o wartości pięciu koron waży 4,8 grama.

W skarbonce znajdują się tylko monety o wartości jednej korony i monety o wartości pięciu koron. Łącznie mają wartość 81 koron i ważą 120 gramów.

(CZYM)

maks. 3 punkty

14 Przy użyciu równania lub układu równań **oblicz całkowitą liczbę monet w skarbonce.**

V karcie odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania** (opis niewiadomych, budowanie równania lub układu równań, rozwiązanie i odpowiedź).

maks. 3 punkty

- 15** K jest liczbą naturalną ($K \in \mathbf{N}$),
 M jest o 4 większe niż K ,
 P jest średnią arytmetyczną K i M .

Oceń prawdziwość następujących zdań (15.1–15.3).

Zaznacz T – tak, jeśli jest prawdziwe, lub N – nie, jeśli nieprawdziwe.

- | | T | N |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 15.1 Dla każdego $K \in \mathbf{N}$ liczba M jest parzysta. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15.2 Dla każdego $K \in \mathbf{N}$ suma $K + M$ jest dwa razy większa niż P . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15.3 Dla każdego $K \in \mathbf{N}$ suma $K + M$ jest większa niż $2P$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 16

Samolotem do Brukseli podróżowali tylko dorośli. Wśród pasażerów było o jedną trzecią więcej kobiet niż mężczyzn. Każdy pasażer miał tylko jedną sztukę bagażu.

Zważono bagaże wszystkich pasażerów: średnia arytmetyczna mas bagaży kobiet wynosiła 18,30 kg, a bagaży mężczyzn 14,80 kg.

(CZYM)

2 punkty

- 16** Jaka była średnia arytmetyczna mas bagaży wszystkich pasażerów w samolocie?

- A) 16,30 kg
- B) 16,55 kg
- C) 16,80 kg
- D) 16,90 kg
- E) inna masa

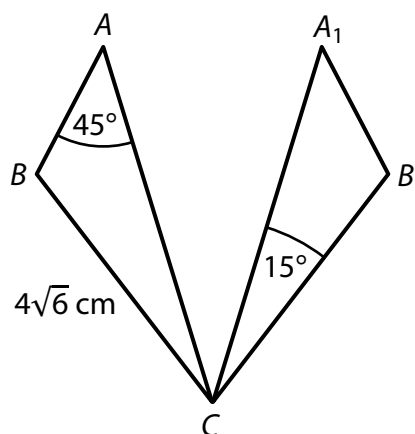
17 Dla której z następujących nierówności jest zbiorem wszystkich rozwiązań w zbiorze \mathbb{R} zbiór pusty?

- A) $\frac{15 \cdot x}{15^2 \cdot x^2} < 0$
 B) $\frac{x - 15^2}{15^2 - x} < 0$
 C) $(x + 15)^2 \leq 0$
 D) $x^2 + (-15)^2 \leq 0$
 E) $x - 15^2 < x + 15^2$

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 18

Obraz trójkąta ABC w symetrii osiowej to trójkąt A_1B_1C .

Dane jest: $|BC| = 4\sqrt{6}$ cm, $|\sphericalangle BAC| = 45^\circ$, $|\sphericalangle A_1CB_1| = 15^\circ$



(CZVV)

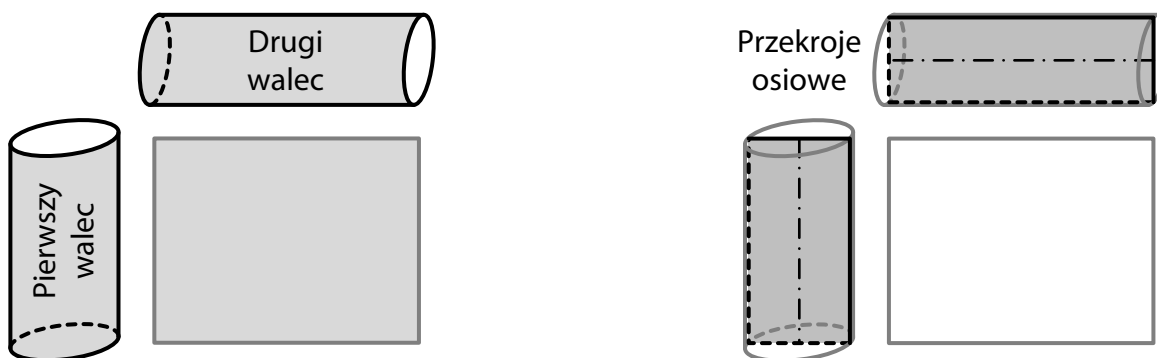
2 punkty

18 Ile wynosi długość boku A_1C ?

- A) $4\sqrt{3}$ cm
 B) 10 cm
 C) 12 cm
 D) $8\sqrt{3}$ cm
 E) inna długość

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNKI DO ZADAŃ 19–20

Ten sam prostokąt jest rozwiniętą powierzchnią boczną pierwszego i drugiego walca obrotowego. Stosunek długości sąsiednich boków prostokąta jest równy $5 : 4$. Wysokość pierwszego walca jest przystająca do krótszego boku prostokąta, wysokość drugiego walca jest przystająca do dłuższego boku prostokąta.



(CZVV)

2 punkty

19 Jaki jest stosunek objętości pierwszego walca do objętości drugiego walca?

- A) $1 : 1$
- B) $5 : 4$
- C) $25 : 16$
- D) $125 : 64$
- E) inny stosunek

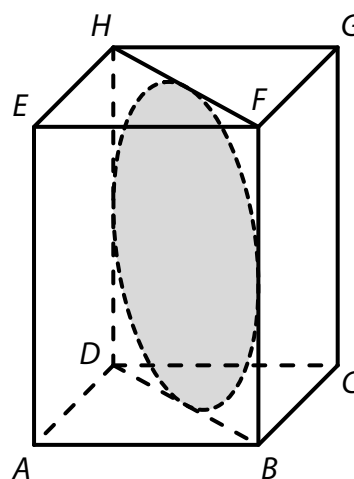
2 punkty

20 Jaki jest stosunek pola powierzchni przekroju osiowego pierwszego walca do pola powierzchni przekroju osiowego drugiego walca?

- A) $1 : 1$
- B) $\sqrt{5} : 2$
- C) $5 : 4$
- D) $25 : 16$
- E) inny stosunek

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 21

W przekrój poprzeczny $DBFH$ graniastoslupa prawidłowego czworokątnego $ABCDEFGH$ wpisane jest koło o średnicy 8 cm.



(CZVV)

2 punkty

21 Ile wynosi objętość graniastoslupa $ABCDEFGH$?

- A) mniej niż 256 cm^3
- B) 256 cm^3
- C) 384 cm^3
- D) 512 cm^3
- E) więcej niż 512 cm^3

2 punkty

22 Dla $x \in \langle \pi; 2\pi \rangle$ dane jest:

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

Jaka jest wartość $\text{tg } x$?

- A) wartość nie istnieje
- B) $-\sqrt{3}$
- C) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
- D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- E) $\sqrt{3}$

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 23

W talii jest 10 kart, z których dokładnie 4 karty to asy.

Z talii losowo wybieramy 5 kart.

(CZVV)

2 punkty

23 Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród wybranych pięciu kart będą dokładnie 3 asy?

A) $\frac{1}{42}$

B) $\frac{2}{21}$

C) $\frac{3}{5}$

D) $\frac{5}{21}$

E) inna wartość prawdopodobieństwa

2 punkty

24 W ciągu **geometrycznym** trzeci wyraz to $a_3 = 2$, a czwarty wyraz jest o 3 mniejszy niż wyraz trzeci.

Ile wynosi suma pierwszych trzech wyrazów danego ciągu geometrycznego ($a_1 + a_2 + a_3$)?

A) -3

B) 6

C) 15

D) 26

E) inna suma

maks. 4 punkty

25 Przyporządkuj do każdego punktu A (25.1–25.2) przedział (A–F), w którym znajduje się wartość jego brakującej współrzędnej a_1 .

25.1 Dane są punkty $A[a_1; 4]$ i $B[7; -2]$. _____
Środek S odcinka AB ma obie współrzędne takie same.

25.2 Dane są punkty $A[a_1; 0]$, $B[3; -2]$ i $C[1; -1]$. _____
Proste AB i BC są do siebie prostopadłe.

A) $\langle -7; -5 \rangle$

B) $\langle -5; -2 \rangle$

C) $\langle -2; 1 \rangle$

D) $\langle 1; 3 \rangle$

E) $\langle 3; 6 \rangle$

F) w żadnym z podanych przedziałów

SPRAWDŹ, CZY WPISAŁEŚ/AŚ WSZYSTKIE ODPOWIEDZI DO KARTY ODPOWIEDZI.
