

MATEMATYKA

MAMZD21P0T01

TEST DYDAKTYCZNY

Maksymalna ilość punktów: 50

Próg zaliczenia: 33%

1 Podstawowe informacje dotyczące zadań

- Test dydaktyczny zawiera **26 zadań**.
- Czas pracy oznaczono w **kartach odpowiedzi**.
- W czasie pracy można korzystać tylko z: przyborów do pisania i rysowania, „Tablic matematyczno-fizyczno-chemicznych” i prostego kalkulatora bez karty graficznej, nieposiadającego funkcji rozwiązywania równań i przekształcania wyrażeń algebraicznych. Nie można używać kalkulatora programowalnego.
- Obok każdego zadania umieszczono maks. ilość punktów.
- Odpowiedzi wpisuj do karty odpowiedzi.
- Notować można w arkuszu zadań, notatki nie zostaną ocenione.
- **Niejednoznaczny lub nieczytelny zapis zostanie uznany za błędny.**
- Pierwszą część testu dydaktycznego (zadania 1–15) tworzą **zadania otwarte**.
- W drugiej części testu dydaktycznego (zadania 16–26) zawarte są zadania zamknięte z wyborem odpowiedzi. We wszystkich zadaniach /lub ich częściach/ **tylko jedna odpowiedź jest poprawna**.
- Za brak rozwiązania lub nieprawidłowe rozwiązanie całego zadania **nie przydziela się punktów ujemnych**.

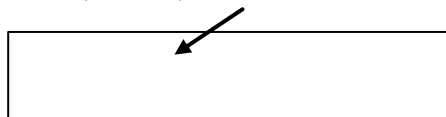
2 Zasady poprawnego zapisu odpowiedzi

- Pisz długopisem z **niebieskim lub czarnym wkładem**. Pisz **wyraźnie, czytelnie, uważaj, by długopis nie przerywał**.
- O ile będziesz rysować zwykłym ołówkiem, pogrub wszystko długopisem.
- Ocenione zostaną **tylko odpowiedzi umieszczone w karcie odpowiedzi**.

2.1 Wskazówki do zadań otwartych

- Wyniki **wpisuj czytelnie** do wyznaczonych białych pól.

1



- Jeżeli wymagane jest całe rozwiązanie, przedstaw, oprócz wyniku, cały przebieg rozwiązania. Jeżeli podasz tylko wynik, to nie otrzymasz za to zadanie żadnych punktów.
- **Zapisy obok wyznaczonych białych pól nie zostaną ocenione.**
- Błędny zapis przekreśl i zapisz nowe rozwiązanie.

2.2 Wskazówki do zadań zamkniętych

- Poprawną odpowiedź oznacz wyraźnie krzyżykiem w białym polu na karcie odpowiedzi, wg rysunku – dokładnie.

	A	B	C	D	E
17	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Jeżeli chcesz zmienić odpowiedź, starannie zakoloruj oznaczone pole, zaś wybraną odpowiedź oznacz krzyżykiem w nowym polu.

	A	B	C	D	E
17	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input style="background-color: black;" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Jakikolwiek inny sposób wpisywania odpowiedzi i wnoszenia poprawek uznany zostanie za odpowiedź błędną.

NIE OTWIERAJ ARKUSZA ZADAŃ, POCZEKAJ NA DECYZJĘ OSOBY NADZORUJĄCEJ!

1 punkt

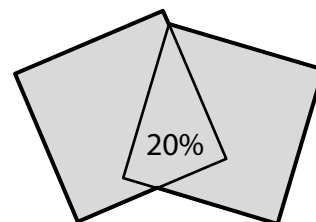
1 Dla $a \in \mathbf{N}$ uporządkuj wyrażenie i wyraż je w postaci pierwiastka z liczby a .

$$a^{\frac{1}{4}} : \sqrt[6]{a} =$$

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 2

Po połączeniu dwóch kwadratów **przystających**, które się częściowo pokrywają, powstała szara figura płaska.

Pole powierzchni części wspólnej obu kwadratów wynosi 20% pola powierzchni **całej** szarej figury.



(CZVV)

1 punkt

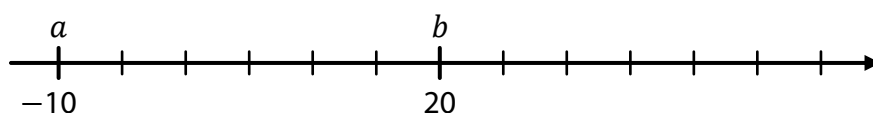
2 Określ, ile procent pola powierzchni całej szarej figury tworzy pole powierzchni jednego kwadratu.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 3

Na osi liczbowej zaznaczono 12 takich samych odcinków i punkty odpowiadające liczbom $a = -10$, $b = 20$.

Dla liczb x, y dane jest:

Liczba x to trzykrotność liczby y i jednocześnie liczba y jest o 30 mniejsza niż liczba x .



(CZVV)

maks. 2 punkty

3 Zaznacz i podpisz na osi liczbowej punkty, które odpowiadają liczbom x, y .

maks. 2 punkty

4 Uprość dla $y \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$:

$$\frac{\frac{y}{3} - \left(\frac{y}{3}\right)^2}{3y - 9} =$$

W karcie odpowiedzi przedstaw cały przebieg rozwiązania.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 5

Na identyczne szpule nawija się liny stalowe. Masa **pustej szpuli** wynosi c ton, masa samej **liny** na całkowicie nawiniętej szpuli wynosi ℓ ton a masa liny o połowie długości wynosi $0,5\ell$ ton.

Jedna całkowicie nawinięta szpula i 11 pustych szpul ważą razem o 4 tony mniej niż 6 szpul z nawiniętymi linami o połowie długości.

(CZVV)

maks. 2 punkty

5 Wskaż wartość ℓ w zależności od wartości c .

W karcie odpowiedzi przedstaw cały przebieg rozwiązania.

maks. 2 punkty

6 Rozwiąż w zbiorze R:

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6} - \frac{3}{2} = 0$$

W karcie odpowiedzi przedstaw cały przebieg rozwiązania.

maks. 2 punkty

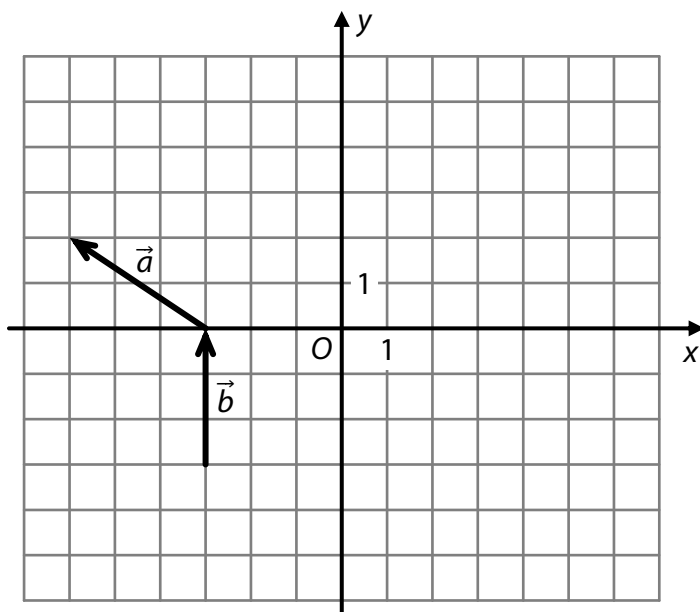
7 Kwadrat $ABCD$ ma wierzchołek $A[2; -2]$ i środek $S[3; 0]$.

7.1 Zapisz współrzędne wierzchołka C kwadratu $ABCD$.

7.2 Napisz równanie ogólne prostej BD .

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 8

W kartezjańskim układzie współrzędnych Oxy znajdują się reprezentanci wektorów \vec{a} i \vec{b} . (Punkty początkowe i końcowe tych reprezentantów znajdują się w punktach przecięcia siatki.)



(CZVV)

maks. 2 punkty

8

8.1 Dla wektora $\vec{u} = (-6; u_2)$ dane jest:

$$\vec{a} \cdot \vec{u} = 0$$

Oblicz brakującą współrzędną u_2 wektora \vec{u} .

8.2 Narysuj wektor $\vec{v} = \vec{b} - \vec{a}$ tak, aby punkt O był punktem początkowym jego reprezentanta w kartezjańskim układzie współrzędnych Oxy .

W karcie odpowiedzi popraw wszystko długopisem.

9 Rozwiąż w zbiorze \mathbb{R} :

$$\frac{x^2 - 5x}{x} \leq 0$$

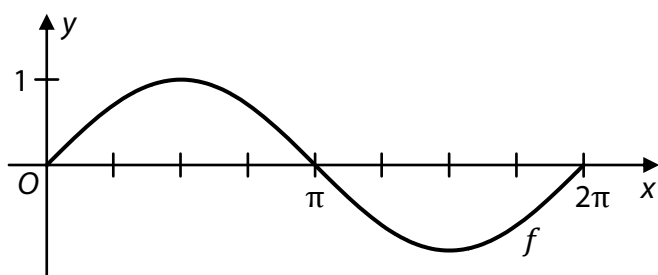
1 punkt

10 Rozwiąż w zbiorze \mathbb{R} :

$$2^{5x} - \log_5 \sqrt{5} = 0$$

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 11

W kartezjańskim układzie współrzędnych Oxy przedstawiony jest wykres funkcji $f: y = \sin x$ dla $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$.



(CZVV)

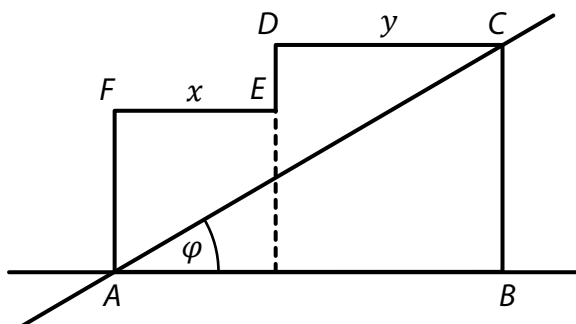
maks. 2 punkty

11 Oblicz wszystkie wartości zmiennej $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$, dla których jest $f(x) = -0,5$.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 12

Sześciokąt $ABCDEF$ na rysunku składa się z dwóch kwadratów, których boki mają długości x, y .

Miara kąta między prostymi AB i AC wynosi φ .



(CZVV)

1 punkt

12 Oblicz stosunek $y : x$, jeśli:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{9}{13}$$

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 13

Z grupy 25 uczniów, w której jest 18 dziewczyn i 7 chłopców, losuje się dwoje uczniów.

(CZVV)

1 punkt

13 Określ prawdopodobieństwo wylosowania pary mieszanej (dziewczyny i chłopca).

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 14

Emil, Paweł i Marcin kupili wspólnie prezent w cenie 2 975 koron.

Paweł zapłacił kwotę o 20% większą niż Emil.

Emil zapłacił kwotę, która jest o 20% mniejsza niż średnia arytmetyczna kwot zapłaconych przez Pawła i Marcina.

(CZW)

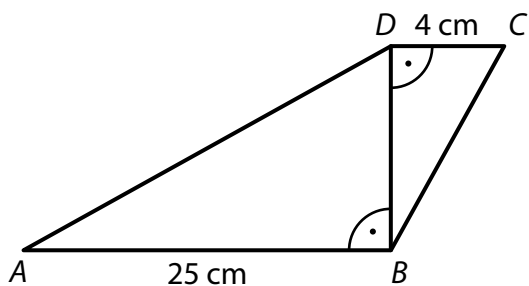
maks. 3 punkty

14 Oblicz, jaką kwotę zapłacił Marcin.

W karcie odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania** (opis niewiadomych, budowanie równania lub układu równań, rozwiązanie i odpowiedź).

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 15

W trapezie $ABCD$ długości podstaw AB i CD wynoszą 25 cm i 4 cm. Przekątna BD jest również wysokością trapezu i dzieli go na dwa trójkąty, które są podobne.



(CZW)

maks. 2 punkty

15 Oblicz w cm^2 pole powierzchni trapezu $ABCD$.

W karcie odpowiedzi przedstaw cały przebieg rozwiązania.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 16

W trójkącie prostokątnym ABC przeciwprostokątna AB ma długość c , przyprostokątna AC ma długość b a pozostały bok ma długość a . Miara kąta wewnętrznego przy wierzchołku A wynosi α a miara kąta wewnętrznego przy wierzchołku B wynosi β .

(CZW)

maks. 2 punkty

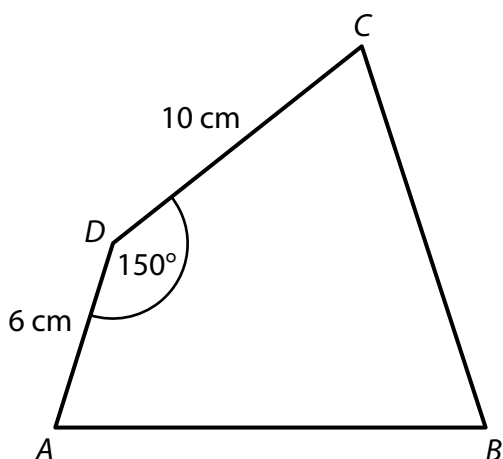
16 Oceń prawdziwość następujących zdań (16.1–16.4).

Zaznacz T – tak, jeśli jest prawdziwe, lub N – nie, jeśli nieprawdziwe.

- | | T | N |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 16.1 $\frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.2 $\frac{a+b}{c} = 1$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.3 $c \cdot \sin \alpha = b \cdot \operatorname{tg} \alpha$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.4 $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = 1$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 17

Dla czworokąta $ABCD$, którego pole powierzchni wynosi 70 cm^2 , dane jest:
 $|\sphericalangle ADC| = 150^\circ$, $|CD| = 10 \text{ cm}$, $|AD| = 6 \text{ cm}$.



(CZW)

2 punkty

17 Ile wynosi pole powierzchni trójkąta ABC ?

- A) mniej niż 43 cm^2
- B) 44 cm^2
- C) 49 cm^2
- D) 55 cm^2
- E) więcej niż 56 cm^2

18 Dane jest wyrażenie:

$$V(a) = \frac{(a+4)(a^2-4)(a+3)^2}{(a^2-9)(a-2)^2}$$

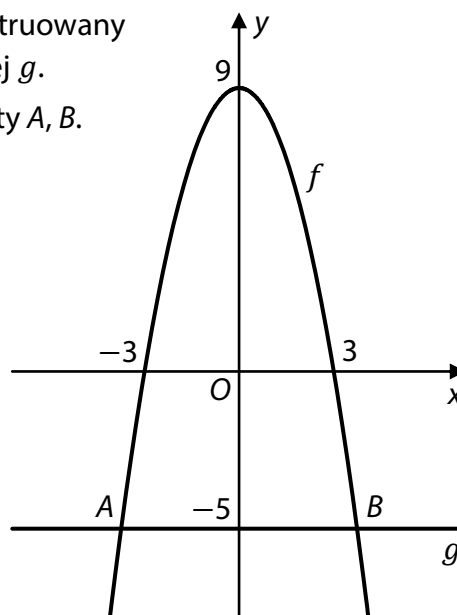
Wartość wyrażenia $V(a)$ wynosi zero dla

- A) co najmniej trzech liczb całkowitych.
- B) dokładnie dwóch ujemnych liczb całkowitych.
- C) dokładnie jednej dodatniej i jednej ujemnej liczby całkowitej.
- D) dokładnie dwóch dodatnich liczb całkowitych.
- E) dokładnie jednej liczby całkowitej.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 19

W kartezjańskim układzie współrzędnych Oxy skonstruowany jest wykres funkcji kwadratowej f i wykres funkcji stałej g .

Punktami przecięcia wykresów funkcji f i g są punkty A, B .



(CZVV)

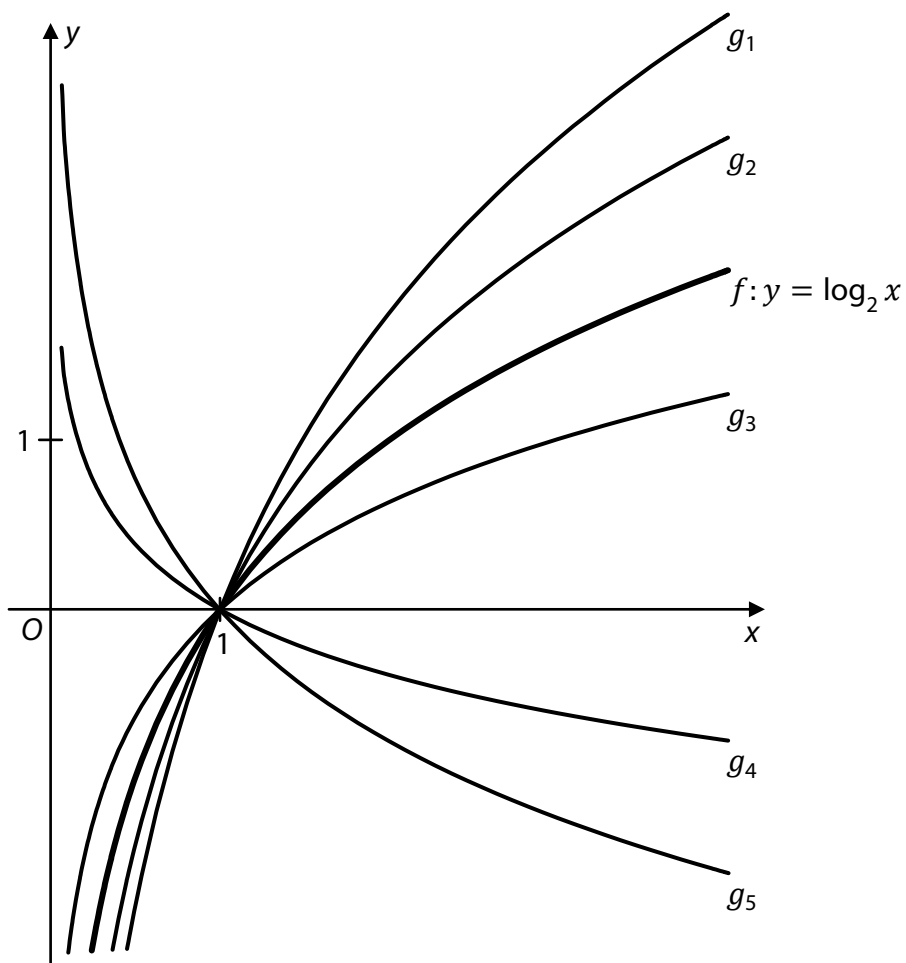
2 punkty

19 Ile wynosi odległość punktów A, B ?

- A) $2\sqrt{14}$
- B) 7,6
- C) $2\sqrt{15}$
- D) 8
- E) inna odległość

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 20

W kartezjańskim układzie współrzędnych Oxy skonstruowany jest wykres funkcji $f: y = \log_2 x$ i wykresy pięciu kolejnych funkcji logarytmicznych g_1-g_5 o wzorze $y = \log_a x$, których podstawy a różnią się od siebie. Dziedzina wszystkich tych funkcji to $(0; +\infty)$.



(CZVV)

2 punkty

20 Ile z danych funkcji g_1-g_5 ma podstawę mniejszą niż 2 (tj. $a < 2$)?

- A) nie można określić
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 21

W strefie ryzyka liczby nowych zarażonych osób są zapisywane codziennie o 18:00. Ostatnio obserwujemy wykładniczy wzrost rozprzestrzeniania się choroby i na razie nie przewiduje się, że nastąpi zmiana tego trendu. Z tego powodu codziennie zapisywane liczby nowych zarażonych osób odpowiadają kolejnym wyrazom ciągu geometrycznego zaokrąglonym do całości.

W sobotę (tj. 2 dni temu) zapisano 729 nowych zarażonych osób, w poniedziałek (tj. dzisiaj) 810 osób a w piątek w tym tygodniu (tj. za 4 dni od dzisiaj) można oczekiwać, że będzie n nowych zarażonych osób.

(CZVV)

2 punkty

21 W którym przedziale znajduje się n ?

- A) $(810; 980)$
- B) $(980; 1030)$
- C) $(1030; 1080)$
- D) $(1080; 1230)$
- E) $(1230; 2460)$

2 punkty

22 W ciągu arytmetycznym $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ dane jest:

$$a_3 = 8$$

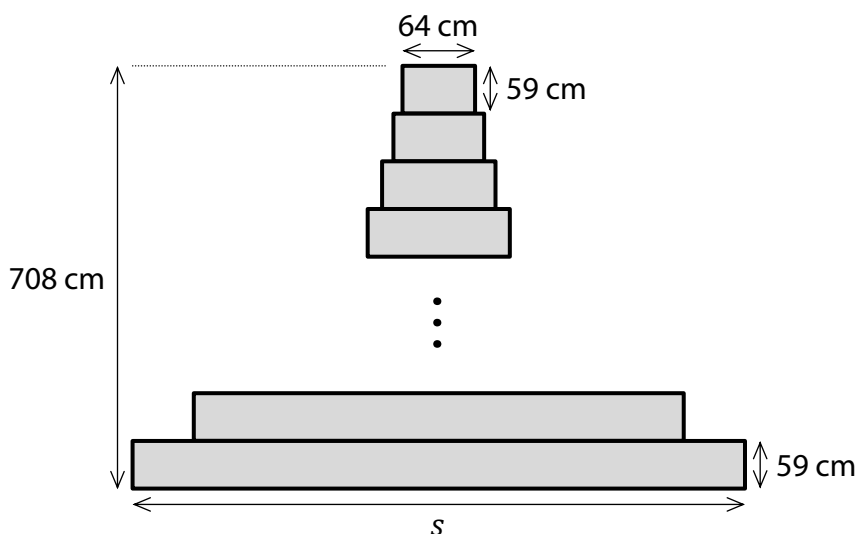
$$a_5 = a_3 + a_4$$

Które z następujących zdań jest nieprawdziwe?

- A) $a_1 + a_2 + a_3 = 0$
- B) $a_2 + a_3 = 8$
- C) $a_1 + a_3 = a_2$
- D) $a_2 + a_4 = a_3$
- E) $a_2 + a_3 + a_4 = a_5$

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 23

Na ścianie sali wyświetlana jest figura o wysokości 708 cm. Figura składa się z prostokątów, pierwszy prostokąt od góry ma wysokość 59 cm i szerokość 64 cm. Każdy następny prostokąt ma również wysokość 59 cm, ale jego szerokość jest zawsze o jedną czwartą większa niż szerokość poprzedniego prostokąta. (Pomiędzy prostokątami nie ma żadnej przerwy.)



(CZVV)

2 punkty

23 Ile wynosi szerokość s ostatniego prostokąta?

Wynik jest zaokrąglony do całych cm.

- A) 745 cm
- B) 768 cm
- C) 809 cm
- D) 931 cm
- E) inna szerokość

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 24

Z sześciu cyfr 0, 1, 2, 3, 4, 5 tworzymy liczby pięciocyfrowe, przy czym w zapisie tych liczb w każdej z sąsiednich trójek cyfr są trzy różne cyfry. (Liczba pięciocyfrowa nie zaczyna się od cyfry 0.)

Np. w zapisie pięciocyfrowej liczby 10 240 każda trójka sąsiednich cyfr (tj. 102, 024 i 240) zawiera trzy różne cyfry.

(CZVV)

2 punkty

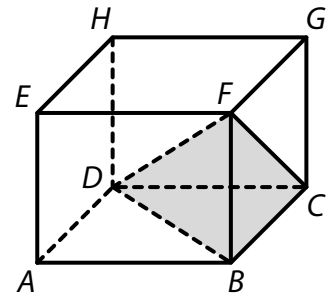
24 Ile pięciocyfrowych liczb spełniających powyższe warunki można utworzyć?

- A) 720
- B) 1024
- C) 1600
- D) 1920
- E) 2000

maks. 4 punkty

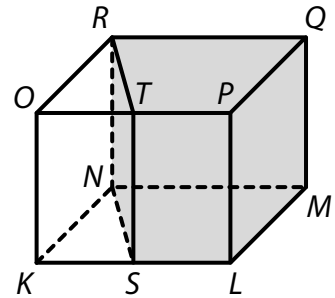
25 **Przyporządkuj do każdego zadania (25.1–25.4) odpowiedni wynik (A–F).**

- 25.1 W prostopadłościanie $ABCDEFGH$ umieszczony jest ostrosłup trójkątny $BCDF$.
Objętość prostopadłościanu $ABCDEFGH$ wynosi 240 cm^3 .
Ile wynosi objętość ostrosłupa trójkątnego $BCDF$?



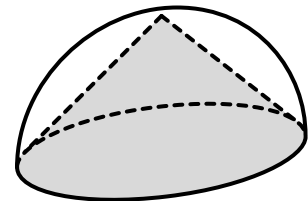
- 25.2 W prostopadłościanie $KLMNOPQR$ umieszczony jest graniastosłup czworokątny $SLMNTPQR$.
Punkty S, T są kolejno środkami krawędzi KL, OP .
Objętość graniastosłupa czworokątnego $SLMNTPQR$ wynosi 24 cm^3 .

Ile wynosi objętość prostopadłościanu $KLMNOPQR$?



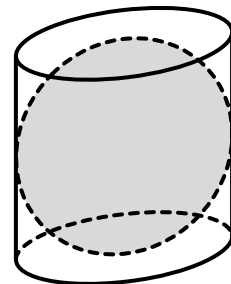
- 25.3 W półkulę wpisany jest stożek obrotowy (podstawy obu brył pokrywają się, wierzchołek stożka leży na granicy półkuli).
Objętość stożka obrotowego wynosi 24 cm^3 .

Ile wynosi objętość półkuli?



- 25.4 W walec obrotowy wpisana jest kula (kula dotyka powierzchni bocznej walca i obu podstaw walca).
Objętość kuli wynosi 24 cm^3 .

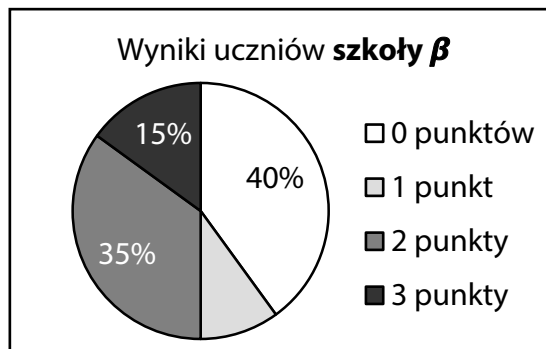
Ile wynosi objętość walca obrotowego?



- A) mniej niż 30 cm^3
- B) 30 cm^3
- C) 32 cm^3
- D) 36 cm^3
- E) 40 cm^3
- F) więcej niż 40 cm^3

TEKST ŹRÓDŁOWY, WYKRESY I TABELĘ DO ZADANIA 26

Wszyscy uczniowie z trzech szkół (α , β , γ) wzięli udział w konkursie, w którym każdy uczeń uzyskał 0, 1, 2, lub 3 punkty. Wyniki uczniów są przedstawione na poniższych wykresach i w tabelach.



Wyniki uczniów **szkoły γ**

Liczba punktów	0	1	2	3
Liczba uczniów		0	25	35

Dla każdej szkoły na podstawie wyników uczniów obliczono miarę położenia – medianę, modę i średnią arytmetyczną. Średnia liczba punktów w szkole γ wyniosła 1,24. Spośród median we wszystkich szkołach zostanie wybrana najmniejsza wartość, tak samo będzie w przypadku mód i średnich arytmetycznych.

	Mediana	Moda	Średnia arytmetyczna
Szkoła α			
Szkoła β			
Szkoła γ			1,24
Najmniejsza wartość			

(CZVV)

maks. 3 punkty

26 Przeporządkuj do każdej miary położenia (26.1–26.3) wykaz wszystkich szkół (A–E), które osiągnęły najmniejszą stwierdzoną wartość tej miary.

26.1 Mediana _____

26.2 Moda _____

26.3 Średnia arytmetyczna _____

- A) tylko szkoła α
- B) tylko szkoła β
- C) tylko szkoła γ
- D) szkoła α i szkoła β
- E) szkoła β i szkoła γ

SPRAWDŹ, CZY WPISAŁEŚ/AŚ WSZYSTKIE ODPOWIEDZI DO KARTY ODPOWIEDZI.