

MATEMATYKA

MAMZD20P0T04

TEST DYDAKTYCZNY

Maksymalna ilość punktów: 50

Próg zaliczenia: 33%

1 Podstawowe informacje dotyczące zadań

- Test dydaktyczny zawiera 26 zadań.
- Czas pracy oznaczono w kartach odpowiedzi.
- W czasie pracy można korzystać tylko z: przyborów do pisania i rysowania, „Tablic matematyczno-fizyczno-chemicznych” i prostego kalkulatora bez karty graficznej, nieposiadającego funkcji rozwiązywania równań i przekształcania wyrażeń algebraicznych. Nie można używać kalkulatora programowalnego.
- Obok każdego zadania umieszczono maks. ilość punktów.
- Odpowiedzi wpisuj do karty odpowiedzi.
- Notować można w arkuszu zadań, notatki nie zostaną ocenione.
- **Niejednoznaczny lub nieczytelny zapis zostanie uznany za błędny.**
- Pierwszą część testu dydaktycznego (zadania 1–15) tworzą **zadania otwarte**.
- W drugiej części testu dydaktycznego (zadania 16–26) zawarte są zadania zamknięte z wyborem odpowiedzi. We wszystkich zadaniach /lub ich częściach/ **tylko jedna odpowiedź jest poprawna**.
- Za brak rozwiązania lub nieprawidłowe rozwiązanie całego zadania **nie przydziela się punktów ujemnych**.

2 Zasady poprawnego zapisu odpowiedzi

- Pisz długopisem z **niebieskim lub czarnym wkładem**. Pisz **wyraźnie, czytelnie, uważaj, by długopis nie przerywał**.
- O ile będziesz rysować zwykłym ołówkiem, pogrub wszystko długopisem.
- Ocenione zostaną **tylko odpowiedzi umieszczone w karcie odpowiedzi**.

2.1 Wskazówki do zadań otwartych

- Wyniki **wpisuj czytelnie** do wyznaczonych białych pól.

1



- Jeżeli wymagane jest całe rozwiązanie, przedstaw, oprócz wyniku, cały przebieg rozwiązania. Jeżeli podasz tylko wynik, to nie otrzymasz za to zadanie żadnych punktów.
- **Zapisy obok wyznaczonych białych pól nie zostaną ocenione.**
- Błędny zapis przekreśl i zapisz nowe rozwiązanie.

2.2 Wskazówki do zadań zamkniętych

- Poprawną odpowiedź oznacz wyraźnie krzyżykiem w białym polu na karcie odpowiedzi, wg rysunku – dokładnie.

	A	B	C	D	E
17	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Jeżeli chcesz zmienić odpowiedź, starannie zakoloruj oznaczone pole, zaś wybraną odpowiedź oznacz krzyżykiem w nowym polu.

	A	B	C	D	E
17	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input style="background-color: black;" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Jakikolwiek inny sposób wpisywania odpowiedzi i wnoszenia poprawek uznany zostanie za odpowiedź błędną.

NIE OTWIERAJ ARKUSZA ZADAŃ, POCZEKAJ NA DECYZJĘ OSOBY NADZORUJĄCEJ!

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 1

W klasie jest 32 uczniów, 13 z nich gra na gitarze, 15 gra na flecie a 10 uczniów nie gra na żadnym z tych dwóch instrumentów.

(CZVV)

1 punkt

1 Oblicz, ilu uczniów z klasy gra i na gitarze, i na flecie.

1 punkt

2 Uprość dla $y \in (0; +\infty)$:

$$\sqrt{\frac{y^{64}}{16} \cdot \left(\frac{2}{y^7}\right)^4} =$$

1 punkt

3 Znajdź wszystkie wartości $c \in \mathbb{R}$, dla których wyrażenie ma sens:

$$\frac{\sqrt{1-c}}{\sqrt{5-c}}$$

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 4

Pani Wesoła chciała kupić samochód. Na nowy samochód wydałaby 75% swoich oszczędności. Gdyby kupiła sobie roczny samochód, to 43% oszczędności by jej zostało.

(CZVV)

1 punkt

4 Oblicz, o ile procent roczny samochód jest tańszy niż nowy.

maks. 2 punkty

5 Uprość dla $a \in \mathbf{R} \setminus \{-1; 0\}$

(uproszczone wyrażenie nie może zawierać nawiasów):

$$\frac{a+1}{\frac{a+1}{a}-1} : \frac{a}{a+1} - 1 =$$

W kartach odpowiedzi przedstaw cały przebieg rozwiązania.

maks. 2 punkty

6 Rozwiąż w zbiorze \mathbf{R} :

$$\frac{x-6}{x-3} = 2 - \frac{x}{x+3}$$

W kartach odpowiedzi przedstaw cały przebieg rozwiązania.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 7

Stawka godzinowa trenera badmintonu jest o 250 koron wyższa niż wynajęcie kortu na godzinę.

Cena za dwie godziny wynajęcia kortu jest o jedną dziewiątą niższa niż stawka godzinowa trenera badmintonu.

(Stawka godzinowa trenera badmintonu nie obejmuje wynajęcia kortu.)

(CZVV)

maks. 2 punkty

7 Oblicz w koronach stawkę godzinową trenera badmintonu.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 8

Długość jednej podstawy trapezu wynosi 4 cm. Wysokość trapezu jest taka sama, jak długość drugiej podstawy. Pole powierzchni trapezu wynosi 96 cm^2 .

(CZVV)

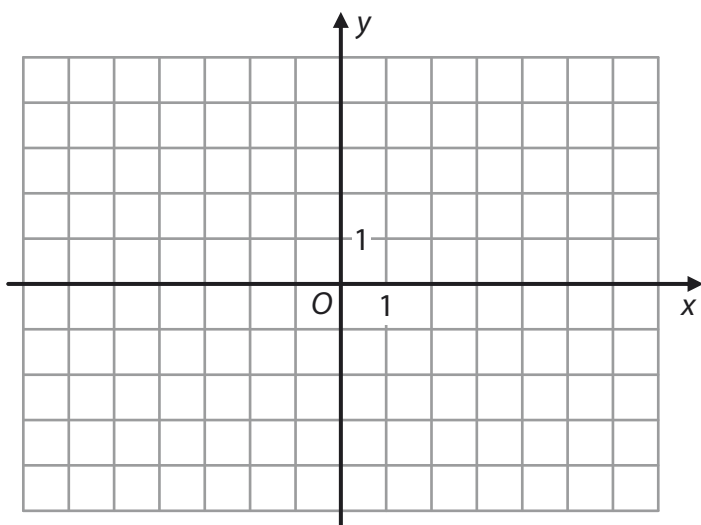
maks. 2 punkty

8 Oblicz w cm wysokość trapezu.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 9

Dana jest prosta $p: y = 0,5x + 1$.

Prosta q jest prostopadła do prostej p i przechodzi przez punkt $Q[-2; 4]$.



(CZVV)

maks. 2 punkty

9

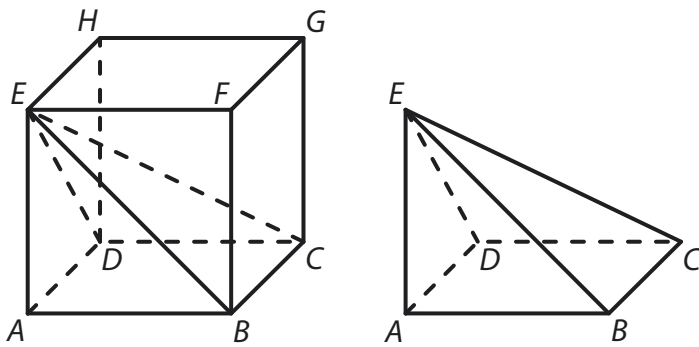
9.1 W kartezjańskim układzie współrzędnych Oxy skonstruuj prostą q .

W karcie odpowiedzi popraw wszystko długopisem.

9.2 Oblicz współrzędne punktu przecięcia $M[m_1; m_2]$ prostych p, q .

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 10

W sześcianie $ABCDEFGH$ umieszczony jest ostrosłup czworokątny $ABCDE$, którego objętość wynosi 243 cm^3 .



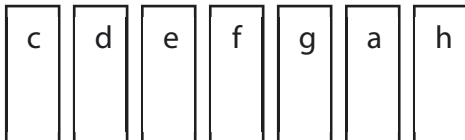
(CZVV)

1 punkt

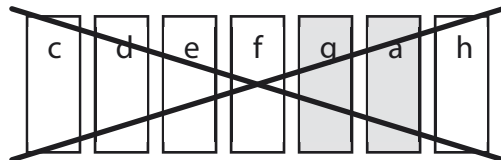
10 Oblicz w cm^2 pole powierzchni podstawy $ABCD$.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 11

Hugo pozostawił na cymbałkach dla dzieci 7 blaszek z dźwiękami c, d, e, f, g, a, h.



Potem nagrał telefonem wszystkie dwudźwięki, które powstaną przez równoczesne uderzenie dwoma pałeczkami w dwie różne blaszki, które z sobą bezpośrednio **nie sąsiadują**. (Nagrał na przykład dwudźwięki d-g, e-a, g-h.)



(CZVV)

1 punkt

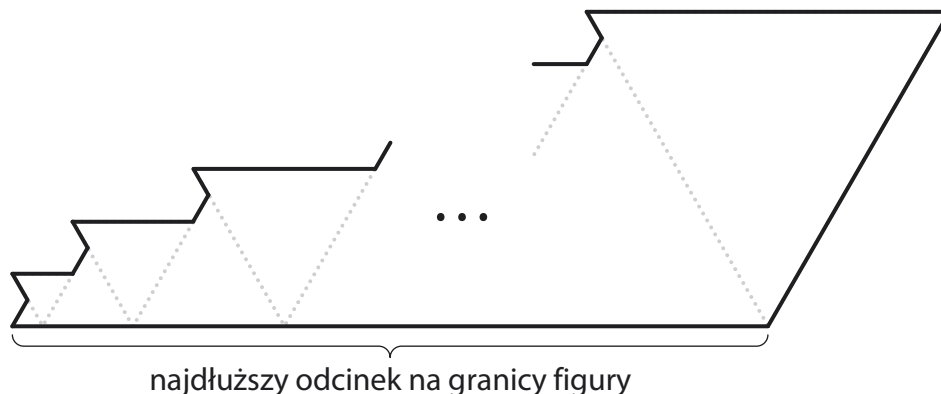
11 Oblicz, ile różnych dwudźwięków Hugo nagrał telefonem.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 12

Narysowana figura składa się z 50 trójkątów równobocznych.

Długość boku najmniejszego trójkąta równobocznego wynosi 1 cm.

Bok każdego następnego trójkąta jest o 1 cm dłuższy niż bok poprzedniego trójkąta.



Najdłuższy odcinek na granicy figury składa się z poziomych boków wszystkich trójkątów z nieparzystą liczbą porządkową (pierwszego, trzeciego, piątego itp.). Na tym odcinku leży też wierzchołek każdego trójkąta z parzystą liczbą porządkową.

(CZVV)

maks. 2 punkty

12 Oblicz w cm

12.1 długość najdłuższego odcinka na granicy figury,

12.2 obwód figury.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 13

W Wąchocku klient założył rachunek bankowy i wpłacił na niego 2 000 złotych. Po upływie każdego roku po machnięciu czarodziejską różdżką aktualna kwota na jego rachunku powiększa się o połowę.

Klient nie wpłaca już żadnych pieniędzy na rachunek bankowy ani żadnych pieniędzy z niego nie wypłaca.

(CZVV)

maks. 2 punkty

13 Oblicz,

13.1 ile złotych będzie na rachunku bankowym klienta po dwóch latach od jego założenia,

13.2 po ilu latach od założenia rachunku bankowego klient będzie miał na nim po raz pierwszy kwotę przekraczającą 1 milion złotych.

TEKST ŹRÓDŁOWY I TABELA DO ZADANIA 14

W tabeli z nagrodami dla wszystkich 12 pracowników firmy brakuje najwyższej przyznanej nagrody.

Średnia arytmetyczna nagród dla wszystkich pracowników jest o 20% większa niż mediana tych nagród.

Nagroda w koronach	15 000	20 000	25 000	30 000	
Częstość występowania	4	3	2	2	1

(CZVV)

maks. 3 punkty

14 Oblicz w koronach

14.1 średnią arytmetyczną nagród wszystkich pracowników firmy,

14.2 wartość najwyższej nagrody.

W kartach odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania** obu części zadania.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 15

Drabinę ustawiono na podwórku o poziomej powierzchni i oparto o pionową ścianę budynku. Drabina sięga do wysokości 450 cm. Jeżeli przysuniemy dolny koniec drabiny o 88 cm bliżej do ściany budynku, to drabina dosięgnie jeszcze o 44 cm wyżej.



(CZW)

maks. 2 punkty

15 Oblicz w cm długość drabiny.

W kartach odpowiedzi przedstaw cały przebieg rozwiązania.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 16

W poniedziałek w klasie byli obecni wszyscy uczniowie, a stosunek liczby dziewcząt do liczby chłopców wynosił 3 : 2.

We wtorek były nieobecne tylko 3 dziewczynki a podany stosunek zmienił się na 5 : 4.

W środę było nieobecnych 2 chłopców i 2 dziewczynki.

W czwartek było nieobecnych tylko 2 chłopców.

W piątek byli obecni wszyscy.

(CZVV)

maks. 2 punkty

16 Oceń prawdziwość następujących zdań (16.1–16.4).

Zaznacz T – tak, jeśli jest prawdziwe lub N – nie, jeśli nieprawdziwe.

- | | T | N |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 16.1 We wtorek w klasie było obecnych 15 dziewcząt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.2 W środę stosunek liczby dziewcząt do liczby chłopców wynosił 3 : 2. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.3 W czwartek w klasie było obecnych 10 chłopców. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.4 W piątek było w klasie obecnych łącznie 28 uczniów. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

17 Dane jest wyrażenie:

$$\frac{100 \cdot \log_a a^{25}}{\log_5 25^{100}}$$

Które z następujących wyrażeń jest odpowiednikiem danego wyrażenia dla każdego $a \in (1; +\infty)$?

- A) 25
- B) 12,5
- C) $0,2a$
- D) $0,5a^{25}$
- E) Żadne z podanych wyrażeń nie jest odpowiednikiem danego wyrażenia.

18 **Dla której z następujących nierówności jest zbiorem wszystkich rozwiązań w zbiorze \mathbb{R} przedział $(-1; 3)$?**

A) $\frac{x-3}{x^2+1} < 0$

B) $(x+1)(3-x) < 0$

C) $(x+1)(x-3) < 0$

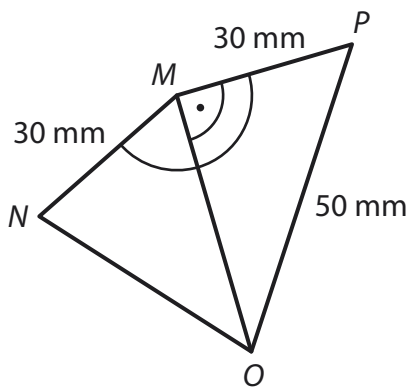
D) $\frac{3-x}{x+1} \geq 0$

E) $\frac{x^2-9}{x+1} \geq 0$

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 19

Dla czworokąta $MNOP$ dane jest:

$|MN| = |MP| = 30 \text{ mm}$, $|OP| = 50 \text{ mm}$, $|\sphericalangle NMP| = 150^\circ$, $|\sphericalangle OMP| = 90^\circ$



(CZVV)

2 punkty

19 Ile wynosi długość boku NO ?

Wynik jest zaokrąglony do całych mm.

- A) 31 mm
- B) 33 mm
- C) 36 mm
- D) 40 mm
- E) więcej niż 41 mm

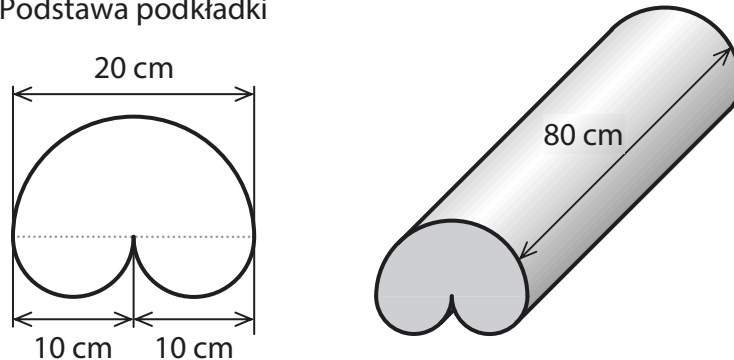
TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADAŃ 20–21

Piankowa podkładka do balansowania to bryła złożona z trzech półcyldrów (części walców obrotowych).

Podstawą największego półcyindra jest półkole o średnicy 20 cm a podstawami dwóch takich samych mniejszych półcyldrów są półkole o średnicy 10 cm.

Wysokości wszystkich półcyldrów wynoszą 80 cm.

Podstawa podkładki



(CZVV)

2 punkty

20 Ile wynosi objętość podkładki do balansowania?

- A) $4\pi \text{ dm}^3$
- B) $5\pi \text{ dm}^3$
- C) $6\pi \text{ dm}^3$
- D) $8\pi \text{ dm}^3$
- E) inna objętość

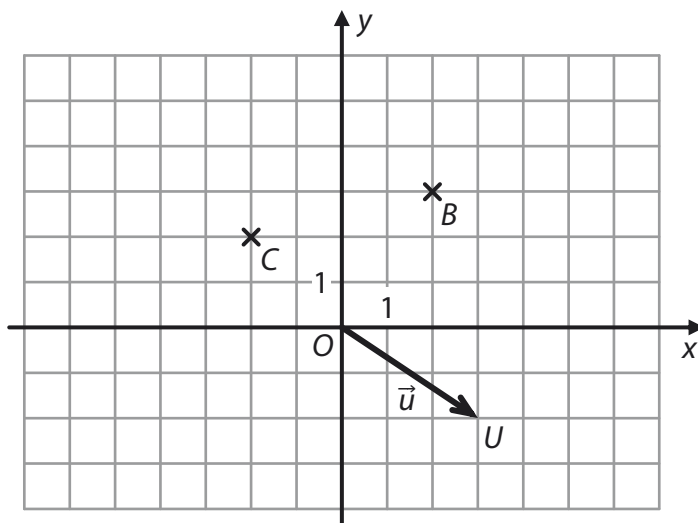
2 punkty

21 Ile wynosi pole powierzchni podkładki do balansowania (włącznie z obiema podstawami)?

- A) mniej niż $1600\pi \text{ cm}^2$
- B) $1600\pi \text{ cm}^2$
- C) $1675\pi \text{ cm}^2$
- D) $1750\pi \text{ cm}^2$
- E) więcej niż $1750\pi \text{ cm}^2$

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 22

W kartezjańskim układzie współrzędnych Oxy skonstruujemy punkt A tak, aby odcinki skierowane \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{OU} reprezentowały ten sam wektor \vec{u} .



Punkty B, C, U znajdują się w punktach przecięcia siatki.

(CZVV)

2 punkty

22 Ile będzie wynosić odległość między punktami A, C ?

- A) mniej niż $\sqrt{10}$
- B) $\sqrt{10}$
- C) 5
- D) $\sqrt{50}$
- E) więcej niż $\sqrt{50}$

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 23

Na płaszczyźnie leżą punkty $A[-5; 3]$, $B[-1; 5]$ oraz prosta $o: y = -x$.
Punkt S to środek odcinka AB .

(CZVV)

2 punkty

23 Który z następujących punktów jest obrazem punktu S w symetrii osiowej względem prostej o ?

- A) $[-4; 3]$
- B) $[-4; -3]$
- C) $[4; -3]$
- D) $[3; -4]$
- E) $[-3; -4]$

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 24

Z cyfr 0, 1, 2, 3 utworzono wszystkie trzycyfrowe liczby, w których cyfry się **nie powtarzają**. (Trzycyfrowa liczba nie zaczyna się od cyfry 0.)

(CZVV)

2 punkty

24 Jeśli losowo wybierzemy jedną z tych liczb, to jakie będzie prawdopodobieństwo, że wybierzemy liczbę nieparzystą?

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{2}{9}$
- C) $\frac{2}{3}$
- D) $\frac{4}{9}$
- E) inna wartość prawdopodobieństwa

25 Każda funkcja określona jednym z wzorów 25.1–25.4 jest dana dla wszystkich wartości $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$.

Przyporządkuj do każdego wzoru funkcji (25.1–25.4) figurę geometryczną (A–F), na której leżą wszystkie punkty wykresu tej funkcji.

25.1 $y = \frac{2x^3}{x}$ _____

25.2 $y = \frac{x^2}{x \cdot \sqrt{2}}$ _____

25.3 $y = \frac{x \cdot \sqrt{2}}{x}$ _____

25.4 $y = \frac{x^2}{2x^3}$ _____

- A) prosta nierównoległa do obu osi współrzędnych
- B) prosta równoległa do osi współrzędnych x
- C) prosta równoległa do osi współrzędnych y
- D) parabola symetryczna względem osi współrzędnych x
- E) parabola symetryczna względem osi współrzędnych y
- F) hiperbola

26 **Przyporządkuj do każdego wyrażenia (26.1–26.3) jego odpowiednik (A–E) dla $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.**

26.1 $\operatorname{tg} x \cdot \sin 2x$ _____

26.2 $\cos 2x + 1$ _____

26.3 $\frac{1}{1 + \operatorname{cotg}^2 x}$ _____

- A) $\sin^2 x$
- B) $\cos^2 x$
- C) $2 \cdot \sin x$
- D) $2 \cdot \sin^2 x$
- E) $2 \cdot \cos^2 x$

SPRAWDŹ, CZY WPISAŁEŚ/AŚ WSZYSTKIE ODPOWIEDZI DO KARTY ODPOWIEDZI.