

# MATEMATYKA

MAMZD20P0T01

## TEST DYDAKTYCZNY

Maksymalna ilość punktów: 50

Próg zaliczenia: 33%

### 1 Podstawowe informacje dotyczące zadań

- Test dydaktyczny zawiera **26 zadań**.
- Czas pracy oznaczono w **kartach odpowiedzi**.
- W czasie pracy można korzystać tylko z: przyborów do pisania i rysowania, „Tablic matematyczno-fizyczno-chemicznych” i prostego kalkulatora bez karty graficznej, nieposiadającego funkcji rozwiązywania równań i przekształcania wyrażeń algebraicznych. Nie można używać kalkulatora programowalnego.
- Obok każdego zadania umieszczono maks. ilość punktów.
- Odpowiedzi wpisuj do karty odpowiedzi.
- Notować można w arkuszu zadań, notatki nie zostaną ocenione.
- **Niejednoznaczny lub nieczytelny zapis zostanie uznany za błędny.**
- Pierwszą część testu dydaktycznego (zadania 1–15) tworzą **zadania otwarte**.
- W drugiej części testu dydaktycznego (zadania 16–26) zawarte są zadania zamknięte z wyborem odpowiedzi. We wszystkich zadaniach /lub ich częściach/ **tylko jedna odpowiedź jest poprawna**.
- Za brak rozwiązania lub nieprawidłowe rozwiązanie całego zadania **nie przydziela się punktów ujemnych**.

### 2 Zasady poprawnego zapisu odpowiedzi

- Pisz długopisem z **niebieskim lub czarnym wkładem**. Pisz **wyraźnie, czytelnie, uważaj, by długopis nie przerywał**.
- O ile będziesz rysować zwykłym ołówkiem, pogrub wszystko długopisem.
- Ocenione zostaną **tylko odpowiedzi umieszczone w karcie odpowiedzi**.

### 2.1 Wskazówki do zadań otwartych

- Wyniki **wpisuj czytelnie** do wyznaczonych białych pól.



- Jeżeli wymagane jest całe rozwiązanie, przedstaw, oprócz wyniku, cały przebieg rozwiązania. Jeżeli podasz tylko wynik, to nie otrzymasz za to zadanie żadnych punktów.
- **Zapisy obok wyznaczonych białych pól nie zostaną ocenione.**
- Błędny zapis przekreśl i zapisz nowe rozwiązanie.

### 2.2 Wskazówki do zadań zamkniętych

- Poprawną odpowiedź oznacz wyraźnie krzyżykiem w białym polu na karcie odpowiedzi, wg rysunku – dokładnie.



- Jeżeli chcesz zmienić odpowiedź, starannie zakoloruj oznaczone pole, zaś wybraną odpowiedź oznacz krzyżykiem w nowym polu.



- Jakikolwiek inny sposób wpisywania odpowiedzi i wnoszenia poprawek uznany zostanie za odpowiedź błędną.

**NIE OTWIERAJ ARKUSZA ZADAŃ, POCZEKAJ NA DECYZJĘ OSOBY NADZORUJĄCEJ!**

## TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 1

Lekarstwo w postaci syropu jest sprzedawane w dwóch wersjach – dla dzieci i dla dorosłych.

W 1 ml syropu dla dzieci są 3 mg substancji czynnej, w 1 ml syropu dla dorosłych znajduje się 7,5 mg tej samej substancji czynnej.

Zgodnie z zaleceniami lekarza co rano Marcin ma zażywać 5 ml syropu dla dzieci.

(CZVV)

**1 punkt**

- 1** Oblicz, ile ml syropu dla dorosłych Marcin powinien zażywać rano, aby otrzymał taką samą ilość substancji czynnej, jak w dawce syropu dla dzieci przepisanej przez lekarza.

---

**1 punkt**

- 2** Dla  $n \in \mathbf{N}$  przekształć na postać trójmianu:

$$(n \cdot \sqrt{2} + 2)^2 - n \cdot \sqrt{18} =$$

---

**1 punkt**

- 3** Dla wszystkich dodatnich rzeczywistych wartości wielkości  $a, b, c$  dane jest:

$$a : c = 3 : 10$$

$$b = 3a + c$$

**Przedstaw w najprostszy możliwy sposób wielkość  $b$  tylko w zależności od wielkości  $c$ .**

**maks. 2 punkty**

**4** Uprość dla  $a \in \mathbf{R} \setminus \{-1,5; 1,5\}$ :

$$\left( \frac{3a}{2a+3} - \frac{2a^2-3a}{4a^2-9} \right) : \frac{1}{2a+3} =$$

**W kartach odpowiedzi** przedstaw cały **przebieg rozwiązania**.

---

**1 punkt**

**5** Dane jest wyrażenie:

$$\frac{-45}{5y-9}$$

**Znajdź wszystkie  $y \in \mathbf{R}$ , dla których wartość danego wyrażenia jest ujemna.**

6 Rozwiąż w zbiorze R:

$$\frac{2}{x} = \frac{5}{x^2 - 2x} - 1$$

W kartach odpowiedzi przedstaw cały przebieg rozwiązania.

---

**TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 7**

W wyborach na przewodniczącego stowarzyszenia wygrał Karol. Spośród pierwszych 20 wyborców na Karola głosowało tylko 6 osób. To znaczy, że po dokończeniu głosowania przez pierwszych 20 wyborców na Karola oddano 30% głosów.

Wszyscy pozostali wyborcy począwszy od dwudziestego pierwszego głosowali już tylko na Karola.

(CZYM)

**maks. 3 punkty**

7

- 7.1 Oblicz, ile procent głosów oddano na Karola po dokończeniu głosowania przez pierwszych 50 wyborców.
- 7.2 Oblicz całkowitą liczbę wyborców, którzy uczestniczyli w wyborach na przewodniczącego, jeżeli Karol uzyskał łącznie 90% głosów.

W kartach odpowiedzi przedstaw cały przebieg rozwiązania obu części zadania.

## TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 8

Na listwie świetlnej umieszczono obok siebie 5 żarówek o różnych kolorach (C, N, Z, Ż, F).



Sygnał daje się przez jednoczesne błysnięcie 2 żarówek, np. ZF.



Hasło tworzą trzy sygnały następujące po sobie w takiej kolejności, aby dwa sygnały następujące bezpośrednio po sobie nie były identyczne.

Jedno hasło może się składać np. z sygnałów ZF, CŻ, ZF.

(CZVV)

**maks. 2 punkty**

### 8 Oblicz,

- 8.1 ile różnych sygnałów istnieje,
- 8.2 ile różnych haseł można utworzyć.

**maks. 2 punkty**

### 9 Dla wszystkich dopuszczalnych wartości $x \in \mathbf{R}$ jest dana funkcja:

$$f: y = \log_9(1 - x).$$

- 9.1 Określ dziedzinę funkcji  $f$ .
- 9.2 Określ, dla których wartości zmiennej  $x$  jest  $y = 0,5$ .

10 Rozwiąż w zbiorze R:

$$2^{1000} : 2^{500} + 3 \cdot 2^{500} = 2^x$$

---

**TEKST ŹRÓDŁOWY I TABELA DO ZADANIA 11**

Wszystkich 110 uczniów czwartych klas otrzymało ocenę z testu końcowego.

W tabeli podano rozkład częstości występowania ocen.

|                       |    |    |    |    |   |
|-----------------------|----|----|----|----|---|
| Ocena                 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5 |
| Częstość występowania | 30 | 27 | 27 | 26 | 0 |

(CZVV)

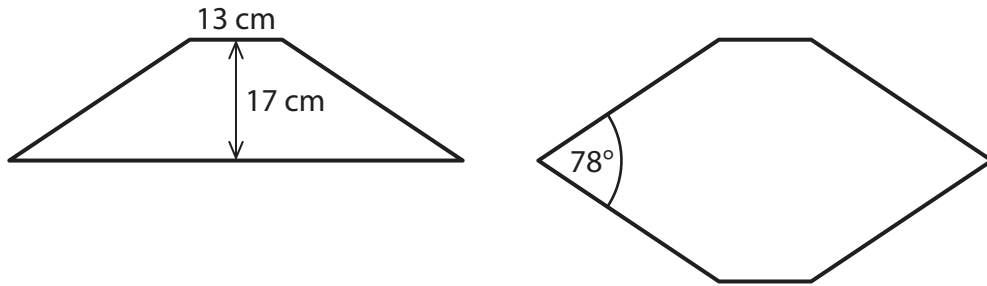
1 punkt

11 Wyznacz medianę ocen z testu końcowego.

### TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADAŃ 12–13

Sześciokąt wypukły składa się z dwóch przystających równoramiennych trapezów o wysokości 17 cm i długości krótszej podstawy 13 cm.

Miara dokładnie dwóch kątów wewnętrznych sześciokąta wynosi  $78^\circ$ .



(CZW)

**1 punkt**

- 12** Oblicz w cm długość dłuższej podstawy trapezu i zaokrąglij ją do całych cm.

**1 punkt**

- 13** Oblicz w cm obwód sześciokąta i zaokrąglij go do całych cm.

#### TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 14

Andrzej i Beata zaczęli równocześnie czytać książkę, która ma 240 stron. Andrzej przeczytał codziennie taką samą ilość stron. Beata przeczytała codziennie o 4 strony więcej niż Andrzej, włącznie z piątkiem, kiedy doczytała książkę do końca. Andrzej czytał książkę jeszcze w sobotę i niedzielę zanim przeczytał ją do końca.

(CZYM)

**maks. 3 punkty**

**14** Przy użyciu równania lub układu równań **oblicz, ile stron książki przeczytał codziennie Andrzej.**

**W karcie odpowiedzi** przedstaw cały **przebieg rozwiązania** (opis niewiadomych, budowanie równania lub układu równań, rozwiązanie i odpowiedź).



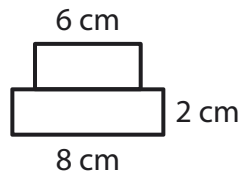
## TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 15

Piramidy na rysunku to figury płaskie składające się z prostokątów, które są poszczególnymi piętrami piramid.

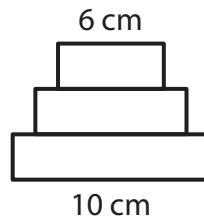
Każde piętro ma wysokość 2 cm.

Górne piętro zawsze ma szerokość 6 cm. Każde następne piętro jest zawsze o 2 cm szersze niż piętro znajdujące się bezpośrednio nad nim.

**Piramida z 2 piętrami**



**Piramida z 3 piętrami**



**Piramida z 4 piętrami**



(CZVV)

**maks. 3 punkty**

### 15 Oblicz

15.1 w cm szerokość dolnego piętra piramidy, która ma 200 pięter,

15.2 w  $\text{cm}^2$  pole powierzchni piramidy, która ma 200 pięter.

**W kartach odpowiedzi** przedstaw cały **przebieg rozwiązania** obu części zadania.

maks. 2 punkty

16 Oceń prawdziwość następujących zdań (16.1–16.4).

Zaznacz T – tak, jeśli jest prawdziwe lub N – nie, jeśli nieprawdziwe.

16.1 Liczby  $\frac{1}{20}; \frac{1}{10}; \frac{1}{5}; \frac{2}{5}; \frac{4}{5}; \frac{8}{5}$  to sześć kolejnych wyrazów ciągu **geometrycznego**.

T N

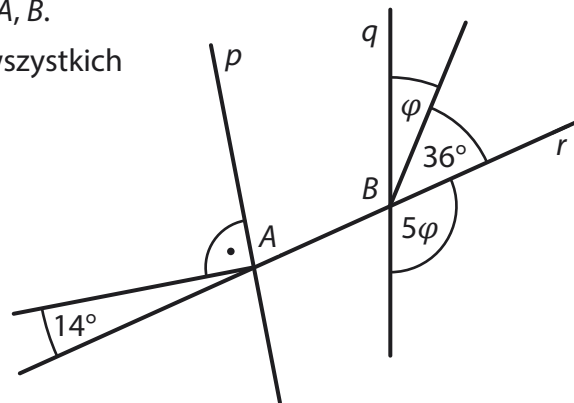
16.2 Liczby 1; 3; 6; 10; 15; 21 to sześć kolejnych wyrazów ciągu **arytmetycznego**.

16.3 Liczby 1; -2; 4; -8; 16; -32 to sześć kolejnych wyrazów ciągu **geometrycznego**.

16.4 Liczby  $\frac{1}{20}; \frac{1}{40}; 0; -\frac{1}{40}; -\frac{1}{20}; -\frac{3}{40}$  to sześć kolejnych wyrazów ciągu **arytmetycznego**.

#### TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 17

Proste  $p$  i  $q$  przecinają prostą  $r$  w punktach  $A, B$ .  
W tych punktach znajdują się wierzchołki wszystkich zaznaczonych kątów.



(CZVV)

2 punkty

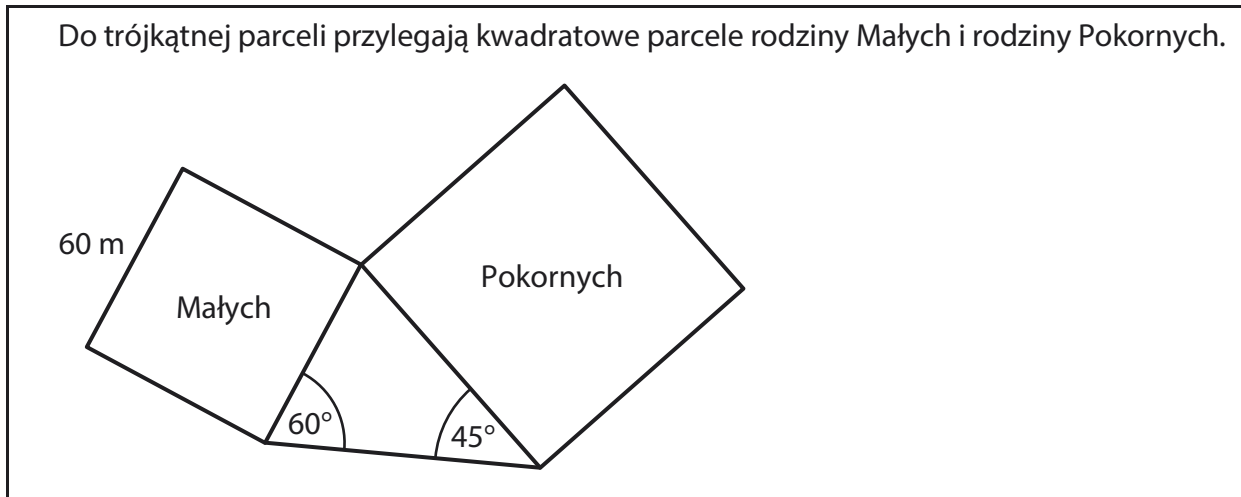
17 Ile wynosi miara kąta między prostymi  $p, q$ ?

Miary kątów nie mierz, tylko oblicz.

- A)  $12^\circ$
- B)  $13^\circ$
- C)  $14^\circ$
- D)  $16^\circ$
- E) inna miara

### TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 18

Do trójkątnej parceli przylegają kwadratowe parcele rodziny Małych i rodziny Pokornych.



(CZVV)

2 punkty

**18** O ile  $\text{m}^2$  pole powierzchni parceli Małych jest mniejsze niż pole powierzchni parceli Pokornych?

- A) o  $1200 \text{ m}^2$
- B) o  $1400 \text{ m}^2$
- C) o  $1800 \text{ m}^2$
- D) o  $2100 \text{ m}^2$
- E) o  $2700 \text{ m}^2$

### TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 19

Długości krawędzi prostopadłościanu powinny być trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Długości dwóch krawędzi prostopadłościanu wynoszą 5 cm i 8 cm.

(CZVV)

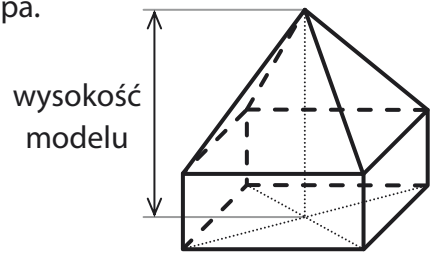
2 punkty

**19** Ile wynosi najmniejsza możliwa objętość prostopadłościanu?

- A) mniej niż  $80 \text{ cm}^3$
- B)  $80 \text{ cm}^3$
- C)  $100 \text{ cm}^3$
- D)  $125 \text{ cm}^3$
- E) więcej niż  $125 \text{ cm}^3$

### TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 20

Model domku składa się z prostopadłościanu i ostrosłupa.  
Obie bryły mają taką samą podstawę kwadratową.  
Wysokość ostrosłupa wynosi 6 dm.  
Objętość prostopadłościanu to połowa objętości całego modelu.



(CZVV)

2 punkty

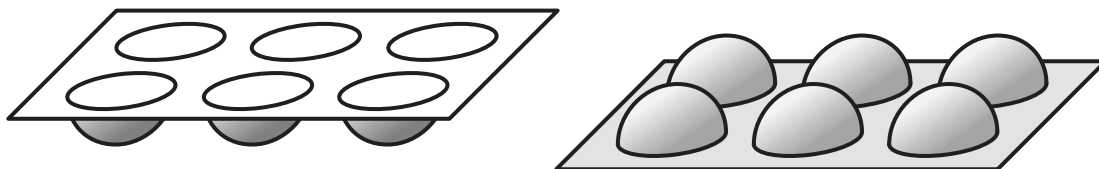
**20** Ile wynosi wysokość modelu?

- A) 7,5 dm
- B) 8 dm
- C) 9 dm
- D) 10,5 dm
- E) 12 dm

### TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 21

Blaszana forma do pieczenia widziana z góry ma kształt prostokąta o rozmiarach 20 cm i 29 cm. Forma ma sześć takich samych wgłębień (lub wypukłości) w kształcie półkuli, każde o promieniu 3,5 cm. Powierzchnie formy do pieczenia są z jednej strony jasne a z drugiej ciemne.

Grubość blachy nie uwzględniamy.



(CZVV)

2 punkty

**21** Ile wynosi całkowite pole powierzchni ciemnych powierzchni formy do pieczenia?

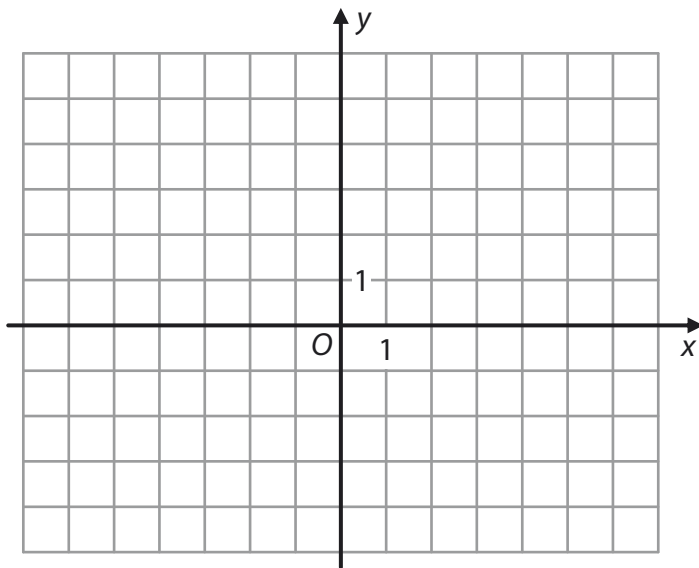
Wynik jest zaokrąglony do całych  $\text{cm}^2$ .

- A)  $811 \text{ cm}^2$
- B)  $888 \text{ cm}^2$
- C)  $910 \text{ cm}^2$
- D)  $1\,042 \text{ cm}^2$
- E)  $1\,273 \text{ cm}^2$

**TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 22**

Punkt  $S[2; 0]$  jest środkiem odcinka  $AB$ , dla którego dane jest:

$A[-1; y], B[x; 4]$



(CZVV)

**2 punkty**

**22** Ile wynosi długość odcinka  $AB$ ?

- A) 8
- B)  $6 \cdot \sqrt{2}$
- C) 10
- D)  $8 \cdot \sqrt{2}$
- E) 12

**TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA** CHYBA! NENALEZEN ZDROJ ODKAZŮ.

Podczas premiery każdy widz w kinie otrzymał 1 szt. CD. Z tego powodu dla widzów przygotowano kilka pudełek, przy czym w każdym z nich znajdowało się dokładnie  $n$  sztuk CD.

Widzowie zajęli miejsca na parterze lub na balkonie. Zawartość jednego pudełka wystarczyła albo dokładnie dla 8% widzów siedzących na parterze, albo dokładnie dla  $\frac{5}{8}$  widzów siedzących na balkonie.

Po otrzymaniu prezentu przez wszystkich widzów wszystkie pudełka z wyjątkiem ostatniego były puste.

(CZVV)

**2 punkty**

**23** Ile procent CD z początkowej liczby  $n$  sztuk zostało w ostatnim pudełku?

- A) mniej niż 50%
- B) 65%
- C) 75%
- D) 85%
- E) więcej niż 85%

---

**2 punkty**

**24**

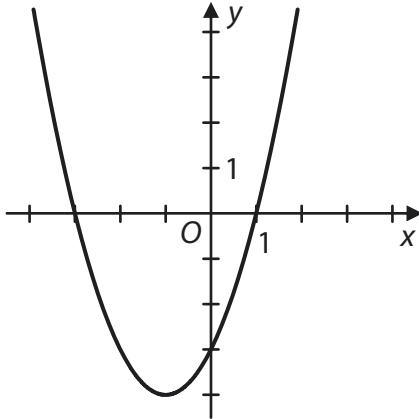
$$\frac{y}{x^3 + 2x} = \frac{1}{x^2 + 2}$$

**Podana równość wyrażeń jest prawdziwa**

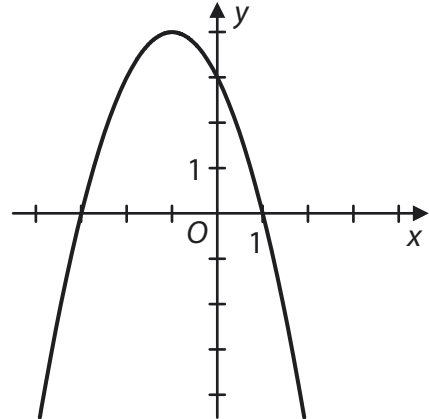
- A) dla wszystkich liczb rzeczywistych  $x$  i  $y$ .
- B) dla dowolnej liczby rzeczywistej  $y$  i każdej liczby rzeczywistej  $x$  różnej od zera.
- C) tylko dla  $y = x$ , przy czym  $x$  jest dowolną liczbą rzeczywistą.
- D) tylko dla  $y = x$ , przy czym  $x$  jest dowolną liczbą rzeczywistą różną od zera.
- E) dla wszystkich liczb rzeczywistych  $x$  i  $y$ , gdzie  $x \neq 0$  i równocześnie  $x \neq y$ .

25 Do każdego z wykresów (25.1–25.4) funkcji kwadratowej przyporządkuj odpowiedni wzór (A–F).

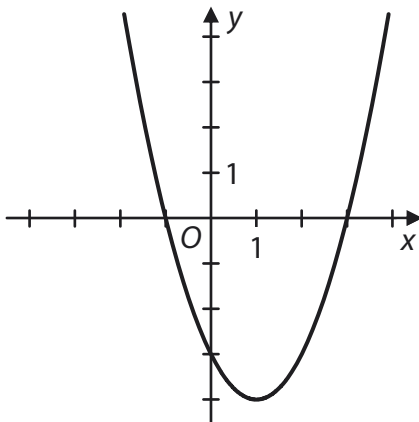
25.1



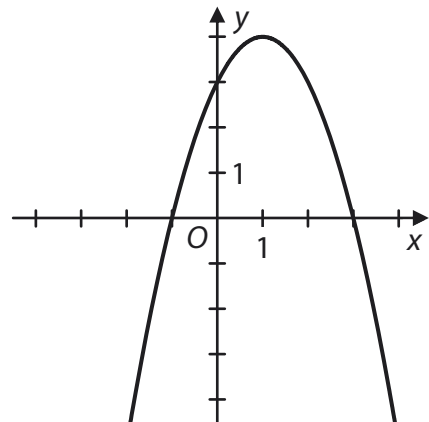
25.2



25.3



25.4



25.1 \_\_\_\_\_

25.2 \_\_\_\_\_

25.3 \_\_\_\_\_

25.4 \_\_\_\_\_

A)  $y = (x - 3)(x + 1)$

B)  $y = (x - 3)(x - 1)$

C)  $y = (3 - x)(x + 1)$

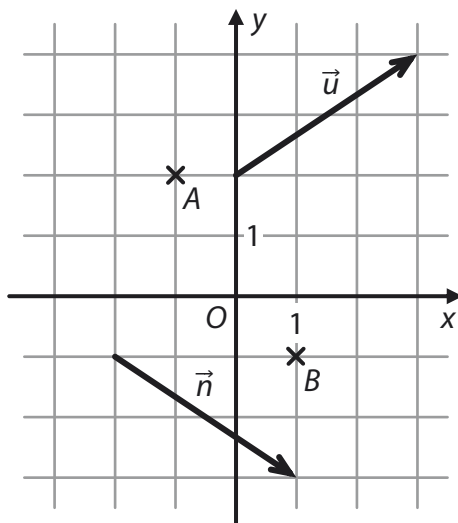
D)  $y = (x + 3)(x + 1)$

E)  $y = (x + 3)(x - 1)$

F)  $y = (x + 3)(1 - x)$

**TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 26**

W punktach przecięcia siatki znajdują się punkty  $A, B$  oraz punkty początkowe i końcowe odcinków skierowanych, które oznaczają reprezentantów wektorów  $\vec{u}, \vec{n}$ .



(CZW)

**maks. 3 punkty**

**26 Przyporządkuj do każdej prostej (26.1–26.3) jej wzór ogólny (A–E).**

26.1 prosta  $p$  wyznaczona przez punkt  $A$  i wektor normalny  $\vec{n}$  \_\_\_\_\_

26.2 prosta  $q$  wyznaczona przez punkt  $A$  i wektor kierunkowy  $\vec{u}$  \_\_\_\_\_

26.3 prosta  $r$  przechodząca przez punkty  $A, B$  \_\_\_\_\_

A)  $3x - 2y + 7 = 0$

B)  $3x + 2y - 1 = 0$

C)  $2x + 3y - 4 = 0$

D)  $2x - 3y - 5 = 0$

E)  $2x - 3y + 8 = 0$

---

**SPRAWDŹ, CZY WPISAŁEŚ/AŚ WSZYSTKIE ODPOWIEDZI DO KARTY ODPOWIEDZI.**

---