

MATEMATYKA

MAMZD19P0T01

TEST DYDAKTYCZNY

Maksymalna ilość punktów: 50
Próg zaliczenia: 33 %

1 Podstawowe informacje dotyczące zadań

- Test dydaktyczny zawiera 26 zadań.
- Czas pracy oznaczono w kartach odpowiedzi.
- W czasie pracy można korzystać tylko z: przyborów do pisania i rysowania, „Tablic matematyczno-fizyczno-chemicznych” i prostego kalkulatora bez karty graficznej, nieposiadającego funkcji rozwiązywania równań i przekształcania wyrażeń algebraicznych.
- Obok każdego zadania umieszczono maks. ilość punktów.
- Odpowiedzi wpisuj do karty odpowiedzi.
- Notować można w arkuszu zadań, notatki nie zostaną ocenione.
- **Niejednoznaczny lub nieczytelny zapis zostanie uznany za błędny.**
- Pierwszą część testu dydaktycznego (zadania 1–15) tworzą **zadania otwarte**.
- W drugiej części testu dydaktycznego (zadania 16–26) zawarte są zadania zamknięte z wyborem odpowiedzi. We wszystkich zadaniach /lub ich częściach/ tylko **jedna odpowiedź jest poprawna**.
- Za brak rozwiązania lub nieprawidłowe rozwiązanie całego zadania **nie przydziela się punktów ujemnych**.

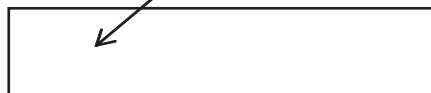
2 Zasady poprawnego zapisu odpowiedzi

- Pisz długopisem z **niebieskim lub czarnym tuszem. Pisz wyraźnie, czytelnie.**
- O ile będziesz rysować zwykłym ołówkiem, pogrub wszystko długopisem.
- Ocenione zostaną **tylko odpowiedzi umieszczone w karcie odpowiedzi**.

2.1 Wskazówki do zadań otwartych

- Wyniki **wpisuj czytelnie** do wyznaczonych białych pól.

1



- Jeżeli wymagane jest całe rozwiązanie, przedstaw, oprócz wyniku, cały przebieg rozwiązania. Jeżeli podasz tylko wynik, to nie otrzymasz za to zadanie żadnych punktów.
- **Zapisy obok wyznaczonych białych pól nie zostaną ocenione.**
- Błędny zapis przekreśl i zapisz nowe rozwiązanie.

2.2 Wskazówki do zadań zamkniętych

- Poprawną odpowiedź oznacz wyraźnie krzyżykiem w białym polu na karcie odpowiedzi, wg rysunku – dokładnie.



- Jeżeli chcesz zmienić odpowiedź, starannie zakoloruj oznaczone pole, zaś wybraną odpowiedź oznacz krzyżykiem w nowym polu.



- Jakikolwiek inny sposób wpisywania odpowiedzi i wnoszenia poprawek uznany zostanie za odpowiedź błędną.

NIE OTWIERAJ ARKUSZA ZADAŃ, POCZEKAJ NA DECYZJĘ OSOBY NADZORUJĄCEJ!

1 punkt

1 Zbiór Z zawiera wszystkie liczby całkowite, $A = (-2; 3)$.

Określ wszystkie elementy zbioru $A \cap Z$.

1 punkt

2 **Oblicz 50% z liczby 2^{1000} .**

Wynik podaj również w postaci potęgowej.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 3

Pociąg ma trzy wagony o takiej samej ilości miejsc. W każdym wagonie jest o 20 miejsc stojących więcej niż miejsc siedzących.

Podczas odjazdu z Roztok podróżni zajęli dokładnie połowę wszystkich miejsc w pociągu. W pierwszym i ostatnim wagonie podróżni zajęli wszystkie miejsca siedzące, ale w drugim wagonie 25% miejsc siedzących pozostało wolnych.

(Liczba wszystkich miejsc w pociągu oznacza sumę wszystkich miejsc stojących i siedzących. Każdy podróżny zajął tylko jedno miejsce stojące lub tylko jedno miejsce siedzące.)

(CZW)

maks. 2 punkty

3 Liczbę **miejsc siedzących** w jednym wagonie nazwijmy n .

W zależności od wartości n ustal liczbę wszystkich podróżnych, którzy podczas odjazdu z Roztok

3.1 znajdowali się w pociągu;

3.2 w pociągu stali.

maks. 2 punkty

4 Dla $a \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 0; 3\}$ uprość:

$$\frac{1 + \frac{3}{a}}{\frac{a^2}{3} - 3} =$$

W kartach odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania**.

maks. 2 punkty

5 Rozwiąż równanie w zbiorze \mathbb{R} :

$$\frac{2x + 8}{4x^2 - 8x} - \frac{5}{2x} = \frac{1}{x}$$

W kartach odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania**.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 6

Na dziedziniec zamku dotarły tylko dwie trzecie wszystkich uczestników wycieczki, ale cztery osoby z tej grupy nie uczestniczyły w ogóle w zwiedzaniu obiektu. W rezultacie w zwiedzaniu brała udział tylko połowa wszystkich uczestników wycieczki.

(CZW)

1 punkt

6 Oblicz liczbę wszystkich uczestników wycieczki.

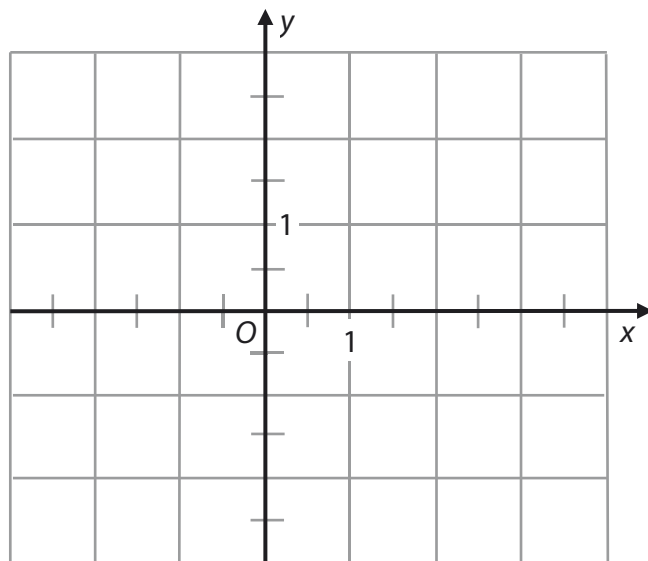
maks. 2 punkty

7 Funkcja kwadratowa ma równanie $y = 2x^2 - 3x$. Jej wykres przecina prosta p w dwóch różnych punktach $P[p_1; 9]$ i $Q[q_1; 9]$.

Oblicz współrzędne p_1, q_1 punktów P, Q .

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 8

Dana jest funkcja $f: y = \log_2 x$.



(CZW)

maks. 3 punkty

8

- 8.1 Wylicz współrzędną a_2 punktu $A[4; a_2]$ wykresu funkcji f .
- 8.2 Wylicz współrzędną b_1 punktu $B[b_1; -1]$ wykresu funkcji f .
- 8.3 Sporządź wykres funkcji f z dokładnie zaznaczonymi punktami A, B oraz punktem przecięcia P wykresu funkcji f z osią współrzędnych x .

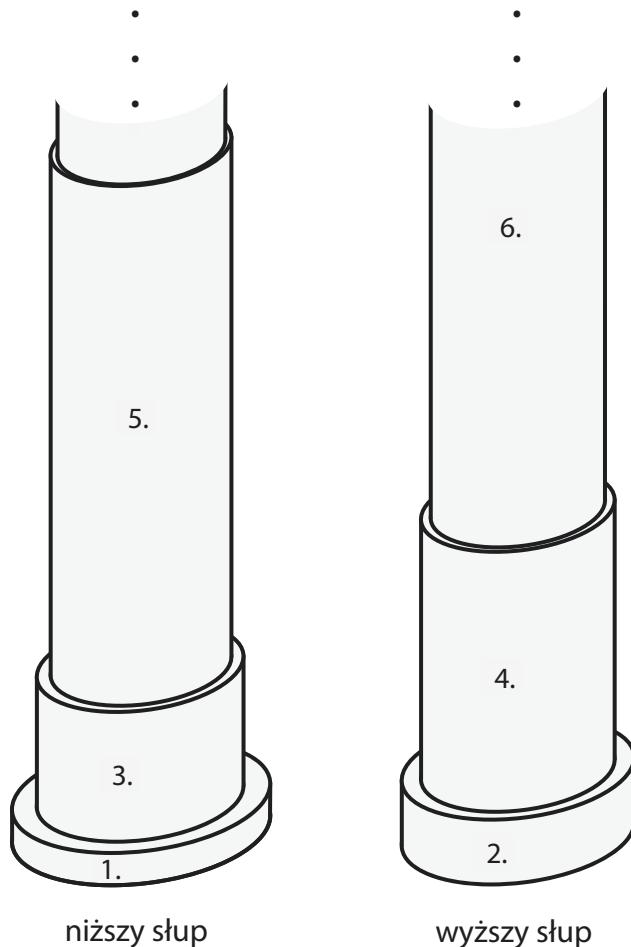
W karcie odpowiedzi popraw wszystko długopisem.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 9

W Wąchocku wymyślili sobie nierealny plan budowy dwóch słupów sięgających aż do nieba.

Do budowy zostanie wykorzystanych łącznie 20 walców. Poszczególne walce są oznaczone liczbami porządkowymi od 1 do 20, według ich wysokości. Najniższy jest pierwszy walec o wysokości 1 m, drugi walec ma 2 m wysokości, a także każdy następny walec jest dwa razy wyższy niż walec z liczbą porządkową niższą o 1 (tzn. trzeci walec ma 4 m wysokości, czwarty walec ma 8 m wysokości itd.)

Niższy słupek będzie się składać z wszystkich walców oznaczonych nieparzystymi liczbami porządkowymi od 1 do 19, wyższy słupek z wszystkich walców oznaczonych parzystymi liczbami porządkowymi od 2 do 20).



(CZVV)

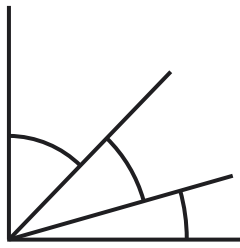
maks. 2 punkty

9 Podaj w metrach

- 9.1 wysokość 20 walca;
- 9.2 wysokość niższego słupa.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 10

Kąt prosty jest podzielony na trzy kąty, których miary są trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Miara najmniejszego z tych trzech kątów wynosi 11° .



(CZVV)

1 punkt

10 Oblicz miarę największego z tych trzech kątów w stopniach.

1 punkt

11 Dla dwóch różnych kątów $\alpha = 112^\circ, \beta \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$ dane jest $\cos \alpha = \cos \beta$.
Podaj miarę kąta β w stopniach.

1 punkt

12 Rozwiąż równanie w zbiorze \mathbb{R} :

$$\frac{25^x}{5} = 5 \cdot 5^{x-2}$$

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 13

Kod trzyniejskowy zawiera zawsze literę A i dwie **różne** cyfry spośród dziesięciu możliwych (0–9). Warunek spełniają na przykład kody A36, 0A1, 69A.

(CZVV)

1 punkt

13 Podaj liczbę wszystkich możliwych kodów spełniających warunki zadania.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 14

Podczas pierwszych 5 dni codziennie wyprodukowano średnio o jedną czwartą wyrobów mniej, niż wyprodukowano w każdym z 10 następných dni. Łącznie w ciągu 15 dni wyprodukowano 2 200 wyrobów.

(CZVV)

maks. 3 punkty

14 Przy użyciu równania lub układu równań **oblicz łączną liczbę wyrobów wyprodukowanych w ciągu pierwszych 5 dni.**

W karcie odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania** (opis niewiadomych, budowanie równania lub układu równań, rozwiązanie i odpowiedź).

maks. 2 punkty

15 Walec obrotowy, którego wysokość równa się średnicy podstawy, ma objętość 1 litr.

Oblicz wysokość walca w cm.

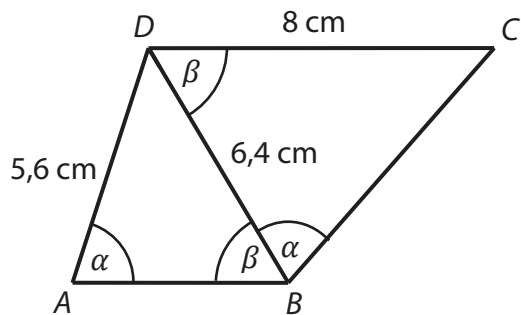
Wynik zaokrąglij do części dziesiętnych cm.

W karcie odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania**.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 16

Przekątna dzieli trapez $ABCD$ na dwa podobne trójkąty ABD i BDC . W trójkątach zaznaczono dwie pary identycznych kątów α, β .

Dane jest: $|AD| = 5,6$ cm, $|BD| = 6,4$ cm, $|CD| = 8$ cm.



(CZVV)

maks. 2 punkty

16 Ustal, czy każde z następujących wyrażień (16.1–16.4), jest prawdziwe (T), czy nie (N).

16.1 $|AB| : |BD| = |BD| : |CD|$

T	N
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

16.2 Obwód trójkąta BCD jest 1,25 razy większy niż obwód trójkąta ABD .

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

16.3 $|AB| = 5,12$ cm

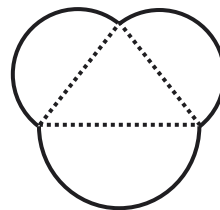
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

16.4 $|BC| = 7$ cm

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 17

Figura jest ograniczona trzema półkramiami.
Wspólne skrajne punkty półkramiów to wierzchołki trójkąta
równoramiennego, którego podstawa ma długość 12 cm.
Pole powierzchni tego trójkąta wynosi 48 cm^2 .



(CZVV)

2 punkty

17 Ile wynosi obwód figury ograniczonej trzema półkramiami?

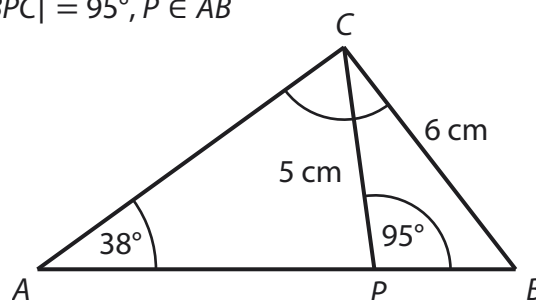
Wynik zaokrąglono do całych cm.

- A) mniej niż 35 cm
- B) 36 cm
- C) 39 cm
- D) 50 cm
- E) więcej niż 51 cm

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 18

W trójkącie ABC dane jest:

$|BC| = 6 \text{ cm}$, $|CP| = 5 \text{ cm}$, $|\sphericalangle BAC| = 38^\circ$, $|\sphericalangle BPC| = 95^\circ$, $P \in AB$



(CZVV)

2 punkty

18 Ile wynosi miara kąta wewnętrznego ACB w danym trójkącie?

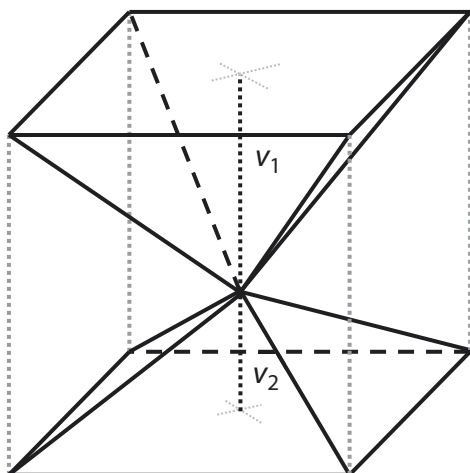
Wynik jest zaokrąglony do całych stopni.

- A) 83°
- B) 86°
- C) 90°
- D) 102°
- E) więcej niż 103°

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 19

W sześcianie znajdują się dwa ostrosłupy o podstawie czworokątnej umieszczone w taki sposób, że mają wspólny główny wierzchołek, a podstawy obu ostrosłupów tworzą równoległe ściany sześcianu.

Wysokości obu ostrosłupów są w stosunku $v_1 : v_2 = 3 : 2$.



(CZVV)

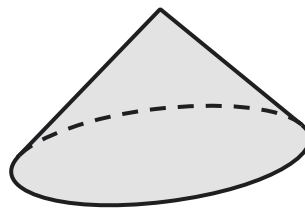
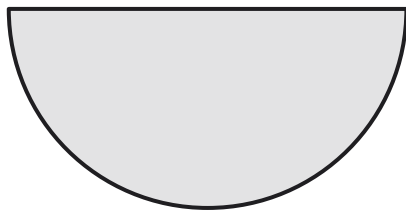
2 punkty

19 Jaką część objętości sześcianu tworzy objętość większego z obu ostrosłupów?

- A) $\frac{3}{5}$
- B) $\frac{1}{3}$
- C) $\frac{2}{9}$
- D) $\frac{1}{5}$
- E) $\frac{1}{6}$

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 20

Rozprostowana powierzchnia boczna stożka obrotowego to półkole o promieniu 10 cm.



(CZVV)

2 punkty

20 Ile wynosi pole powierzchni stożka (włącznie z podstawą)?

- A) $75\pi \text{ cm}^2$
- B) $100\pi \text{ cm}^2$
- C) $125\pi \text{ cm}^2$
- D) $150\pi \text{ cm}^2$
- E) inne pole powierzchni

2 punkty

21 Na płaszczyźnie dane są punkty $A[-21; 9]$, $B[15; -5]$ i $P[0; -2]$.
Punkt S jest środkiem odcinka AB .

Ile wynosi odległość punktów P, S ?

- A) 3,5
- B) 4
- C) 4,5
- D) 5
- E) inna odległość

22 W ciągu geometrycznym dane jest:

$$a_2 = \sqrt[3]{3}$$

$$a_3 = -\sqrt[3]{9}$$

Ile wynosi wartość sumy $a_1 + a_4$?

- A) 2
- B) 1
- C) 0
- D) -1
- E) inna wartość

23 Dla której z następujących nierówności z niewiadomą $x \in \mathbb{R}$ jest zbiorem wszystkich rozwiązań przedział $(-\infty; 0)$?

- A) $-2x < 0$
- B) $\frac{x}{x-1} < 0$
- C) $\frac{x}{-2} \geq 0$
- D) $\frac{2x}{x} < 0$
- E) $2x < x$

24 Dane jest wyrażenie $\frac{12(a-2)^2}{12-6a}$ ze zmienną rzeczywistą a .

Które wyrażenie jest prawdziwe?

- A) Dla $a = 101^8$ wyrażenie jest dodatnie.
- B) Dla $a = 2$ wartość wyrażenia wynosi 0.
- C) Wartość wyrażenia nigdy nie może być zerowa.
- D) Dla wszystkich $a \neq \frac{1}{6}$ wyrażenie równa się $\frac{(a-2)^2}{1-6a}$.
- E) Dla niektórych a wyrażenie równa się $2(a-2)$.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 25

Rodzina Nowaków ma 4 dzieci: 2 dziewczynki i 2 chłopców. W rodzinie Długich jest również 4 dzieci: 1 dziewczynka i 3 chłopców.

Z tych ośmiorga dzieci zostanie wylosowana para dzieci.

(CZW)

maks. 4 punkty

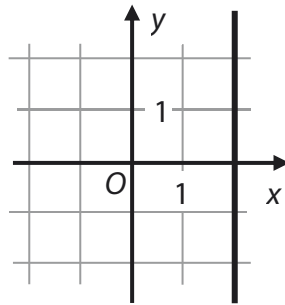
25 Do każdego z następujących zdarzeń (25.1–25.4) przyporządkuj prawdopodobieństwo (A–F), z którym dane zdarzenie może wystąpić.

- 25.1 W wylosowanej parze dzieci będą dwie dziewczynki. _____
- 25.2 W wylosowanej parze dzieci będą dwaj chłopcy. _____
- 25.3 W wylosowanej parze dzieci będą obaj chłopcy z rodziny Nowaków. _____
- 25.4 W wylosowanej parze dzieci będzie 1 chłopiec z rodziny Nowaków i 1 dziewczynka z rodziny Długich. _____

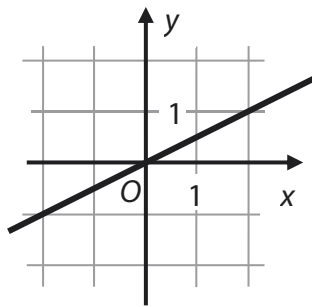
- A) $\frac{1}{28}$
- B) $\frac{1}{14}$
- C) $\frac{3}{28}$
- D) $\frac{1}{7}$
- E) $\frac{3}{14}$
- F) $\frac{5}{14}$

26 Do każdej prostej przyporządkuj (26.1–26.3) jej rozwiązanie analityczne (A–E).

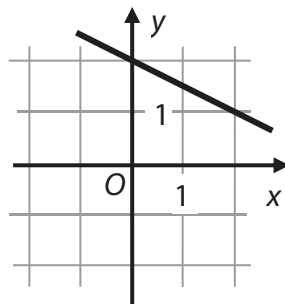
26.1



26.2



26.3



- A) $y = -x + 2$
- B) $x + 2y - 4 = 0$
- C) $x = 2 + 2t,$
 $y = 1 + t, t \in \mathbf{R}$
- D) $x = t,$
 $y = 2, t \in \mathbf{R}$
- E) $x = 2,$
 $y = t, t \in \mathbf{R}$

SPRAWDŹ, CZY WPISAŁEŚ/AŚ WSZYSTKIE ODPOWIEDZI DO KARTY ODPOWIEDZI.
