

MATEMATYKA

MAMZD18POT04

TEST DYDAKTYCZNY

Maksymalna ilość punktów: 50

Próg zaliczenia: 33 %

1 Podstawowe informacje dotyczące zadań

- Test dydaktyczny zawiera 26 zadań.
- Czas pracy oznaczono w kartach odpowiedzi.
- W czasie pracy można korzystać tylko z: przyborów do pisania i rysowania, „Tablic matematyczno-fizyczno-chemicznych” i prostego kalkulatora bez karty graficznej, nieposiadającego funkcji rozwiązywania równań i przekształcania wyrażeń algebraicznych.
- Obok każdego zadania umieszczono maks. ilość punktów.
- Odpowiedzi wpisuj do karty odpowiedzi.
- Notować można w arkuszu zadań, notatki nie zostaną ocenione.
- Niejednoznaczny lub nieczytelny zapis zostanie uznany za błędny.
- Pierwszą część testu dydaktycznego (zadania 1–15) tworzą zadania otwarte.
- W drugiej części testu dydaktycznego (zadania 16–26) zawarte są zadania zamknięte z wyborem odpowiedzi. We wszystkich zadaniach /lub ich częściach/ tylko jedna odpowiedź jest poprawna.
- Za brak rozwiązania lub nieprawidłowe rozwiązanie całego zadania nie przydziela się punktów ujemnych.

2 Zasady poprawnego zapisu odpowiedzi

- Pisz długopisem z niebieskim lub czarnym tuszem. Pisz wyraźnie, czytelnie.
- O ile będziesz rysować zwykłym ołówkiem, pogrub wszystko długopisem.
- Ocenione zostaną tylko odpowiedzi umieszczone w karcie odpowiedzi.

2.1 Wskazówki do zadań otwartych

- Wyniki wpisuj czytelnie do wyznaczonych białych pól.

1 

- Jeżeli wymagane jest całe rozwiązanie, przedstaw, oprócz wyniku, cały przebieg rozwiązania. Jeżeli podasz tylko wynik, to nie otrzymasz za to zadanie żadnych punktów.
- Zapisy obok wyznaczonych białych pól nie zostaną ocenione.
- Błędny zapis przekreśl i zapisz nowe rozwiązanie.

2.2 Wskazówki do zadań zamkniętych

- Poprawną odpowiedź oznacz wyraźnie krzyżykiem w białym polu na karcie odpowiedzi, wg rysunku – dokładnie.

17

A	B	C	D	E
☐	☐	☒	☐	☐

- Jeżeli chcesz zmienić odpowiedź, starannie zakoloruj oznaczone pole, zaś wybraną odpowiedź oznacz krzyżykiem w nowym polu.

17

A	B	C	D	E
☒	☐	☒	☐	☐

- Jakikolwiek inny sposób wpisywania odpowiedzi i wnoszenia poprawek uznany zostanie za odpowiedź błędną.

NIE OTWIERAJ ARKUSZA ZADAŃ, POCZEKAJ NA DECYZJĘ OSOBY NADZORUJĄCEJ!

1 punkt

- 1** M to zbiór wszystkich liczb rzeczywistych, które równocześnie spełniają dwa warunki:
- liczba jest mniejsza od 3,
 - wartość bezwzględna liczby jest większa lub równa 4.

Zbiór M zapisz w postaci przedziału.

1 punkt

- 2** Dane jest wyrażenie:

$$\frac{2c + 12}{2 - c} \cdot (6 - c)$$

Wyznacz wszystkie wartości $c \in \mathbb{R}$, dla których wartość wyrażenia równa się zero.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 3

Na festiwalu filmowym wydzielono pieniądze na nagrody. Jedną czwartą całej kwoty przeznaczonej na nagrody otrzymało sześcioro celebrytów, resztę podzielono pomiędzy pracowników festiwalu. Celebryci stanowili jedynie 2,5 procent wszystkich osób, które otrzymały nagrody.

(Żaden z pracowników festiwalu nie był celebrytą).

(CZVV)

maks. 2 punkty

3

- 3.1 Podaj liczbę wszystkich osób, które na festiwalu otrzymały nagrody.
- 3.2 Oblicz, ile razy większa była średnia nagroda pieniężna dla celebryty od średniej nagrody pieniężnej dla pracownika festiwalu.

maks. 3 punkty

4 Dla $a \in \mathbf{R}$ dane jest wyrażenie:

$$\frac{a - a^{-1}}{a^0 - a^2}$$

4.1 Uprość wyrażenie.

4.2 Określ, dla których liczb rzeczywistych a wyrażenie ma sens (tzn. podaj warunki).

W kartach odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania**.

maks. 2 punkty

5 W zbiorze $\mathbf{R}$ rozwiąż równanie:

$$\frac{x + 10}{x} + \frac{100}{10x - x^2} = \frac{x + 20}{x - 10}$$

W kartach odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania**.

1 punkt

- 6 Punkt A wykresu funkcji $g: y = 0,75x - 0,5$ ma obie współrzędne x, y takie same.

Wyznacz współrzędne punktu A.

TEKST ŹRÓDŁOWY I TABELA DO ZADANIA 7

Podczas turnieju można było uzyskać od 0 do 6 punktów.

Wyniki grupy zawodników podano w tabeli, ale jednego wyniku brakuje.

Po uzupełnieniu brakującego wyniku mediana liczby uzyskanych punktów będzie wynosić 5.

Liczba uzyskanych punktów	0	1	2	3	4	5	6
Liczba zawodników	2	2	5	1	5		6
Mediana liczby uzyskanych punktów	5						

(CZVV)

1 punkt

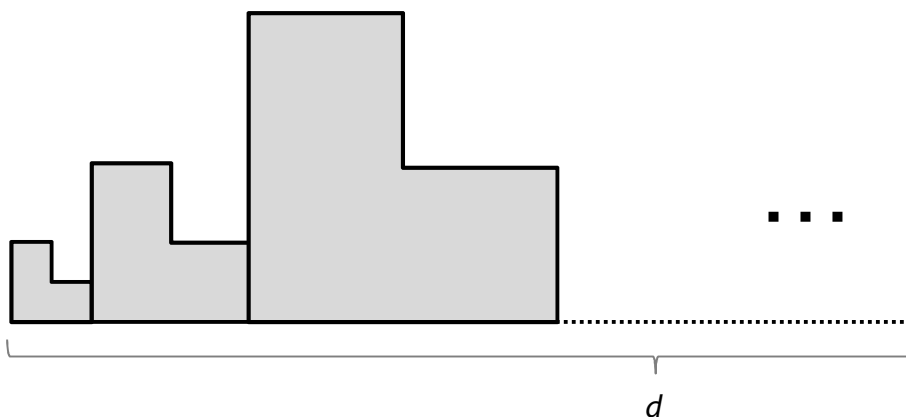
- 7 Wyznacz najmniejszą możliwą liczbę zawodników, którzy uzyskali 5 punktów.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 8

Figura składa się z 9 płytek w kształcie litery „L”.

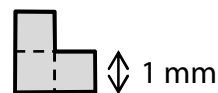
Płytki są ułożone obok siebie bez przerw i stopniowo się zwiększają. Wymiary każdych dwóch sąsiednich płytek są w stosunku 1 : 2.

Długość całej figury składającej się z 9 płytek nazwiemy d .



Każdą płytkę można podzielić na trzy identyczne kwadraty.

Pierwsza płytką jest najmniejsza. Jej pole powierzchni wynosi 3 mm^2 .



(CZVV)

maks. 3 punkty

8 Dla figury składającej się z 9 płytek podaj

8.1 pole powierzchni **piątej** płytki z kolei (w mm^2),

8.2 długość d **całej** figury (w mm).

W karcie odpowiedzi dla obu części zadania przedstaw cały **przebieg rozwiązania**.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 9

Przed wejściem do pomieszczenia należy otworzyć dwoje drzwi. Przy każdych drzwiach trzeba wprowadzić czterocyfrowy kod, który może zawierać cyfry 0–9.

Kod do pierwszych drzwi

- zawiera wszystkie cztery cyfry 1, 2, 3, 4.

Kod do drugich drzwi spełnia równocześnie następujące warunki:

- nie zawiera żadnej cyfry, która znajduje się w kodzie dla pierwszych drzwi,
- zawiera dwie cyfry 0, które znajdują się na drugiej i trzeciej pozycji,
- oprócz cyfry 0 żadna inna cyfra nie występuje w nim więcej razy.

(CZVV)

maks. 2 punkty

9 Podaj liczbę wszystkich możliwości, które spełniają określone warunki dla kodów:

- 9.1 do pierwszych drzwi,
- 9.2 do drugich drzwi.

1 punkt

10 W zbiorze $\mathbb{R}$ rozwiąż równanie:

$$2 \cdot 4^x = \sqrt{8}$$

1 punkt

11 Wyznacz współrzędne punktu przecięcia $P[x_p; y_p]$ wykresu funkcji f z osią współrzędnych x .

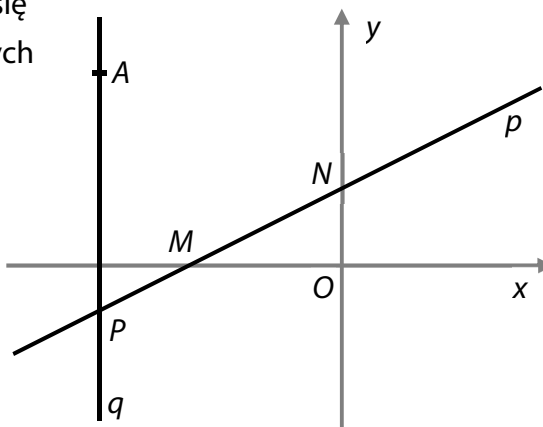
$$f: y = 4 - 2 \cdot \log_3 x$$

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADAŃ 12–13

W układzie współrzędnych Oxy znajduje się prosta p , która przecina osie współrzędnych w punktach $M[-4; 0]$ i $N[0; 2]$.

Prosta q jest równoległa do osi y i przechodzi przez punkt $A[-6; 5]$.

Obie proste przecinają się w punkcie P .



(CZVV)

1 punkt

12 Napisz równanie prostej p w postaci kierunkowej.

1 punkt

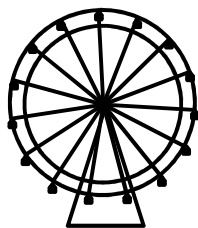
13 Oblicz odległość między punktami O, P .

Wyniku nie zaokrąglaj.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 14

Diabelski młyn z 15 kabinami kręci się wokół osi poziomej. Raz wykona obrót w ciągu 4 minut i 16 sekund.

Każda kabina porusza się równomiernie po okręgu i w ciągu każdych 4 sekund pokona odległość 3 metrów.



Wymiary kabiny są nieważne. Podczas obliczania można kabinę określić jako jeden jej punkt.

(CZVV)

maks. 2 punkty

14 Oblicz w metrach:

- 14.1 długość trasy, jaką pokona jedna kabina podczas jednego obrotu diabelskiego młyna (w ciągu 4 minut i 16 sekund),
- 14.2 różnicę wysokości, jaką pokona jedna kabina podczas obrotu diabelskiego młyna od najniższego do najwyższego położenia.

W karcie odpowiedzi w obu częściach zadania przedstaw cały **przebieg rozwiązania**.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 15

Modelka Teresa miała uzgodnioną gażę o 5000 koron wyższą niż modelka Maria, ale w końcu okazało się, że obie modelki zarobiły tyle samo. Teresa zarobiła o połowę więcej, niż uzgodniono na początku a Maria dwukrotnie więcej, niż jej obiecano.

(CZVV)

maks. 3 punkty

15 Przy użyciu równania lub układu równań **oblicz, ile koron zarobiły razem Teresa i Maria.**

W karcie odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania** (opis niewiadomych, budowanie równania lub układu równań, rozwiązanie i odpowiedź).

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 16

Sieć sklepów na 13 tygodni letnich zamówiła jajka u rolników Marka i Piotra. Marek w każdym tygodniu sprzedawał sieci sklepów o jedną piątą jajek więcej niż Piotr. W każdy dzień roboczy Marek sprzedał sieci sklepów 600 jajek, czyli jedną piątą tego, co sprzedał w ciągu tygodnia.

(CZVV)

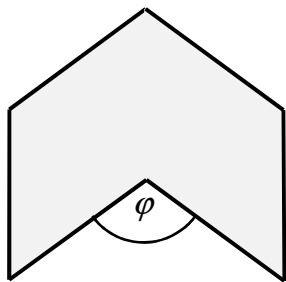
maks. 2 punkty

16 Ustal, czy każde z następujących twierdzeń (16.1–16.4) jest prawdziwe (T), czy nieprawdziwe (N).

- | | T | N |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 16.1 Piotr w każdym tygodniu sprzedawał sieci sklepów o 20% mniej jajek niż Marek. | ☐ | ☐ |
| 16.2 Piotr w każdym tygodniu sprzedawał sieci sklepów o 500 jajek mniej niż Marek. | ☐ | ☐ |
| 16.3 Marek wraz z Piotrem sprzedawali sieci sklepów łącznie 5500 jajek tygodniowo. | ☐ | ☐ |
| 16.4 W ciągu 13 tygodni letnich Marek sprzedał sieci sklepów o 20% więcej jajek niż Piotr. | ☐ | ☐ |

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 17

Figura płaska jest symetryczna względem osi i składa się z dwóch identycznych rombów. Obwód figury wynosi 24 cm a miara zaznaczonego kąta φ wynosi 140° .



(CZVV)

2 punkty

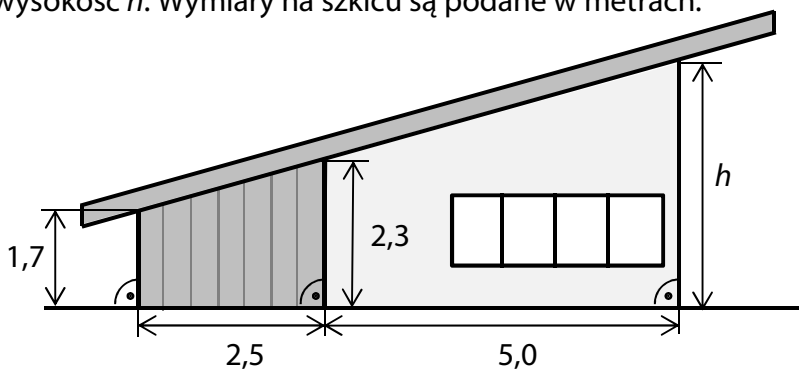
17 Ile wynosi pole powierzchni figury?

Wynik jest zaokrąglony do całych cm^2 .

- A) 21 cm^2
- B) 24 cm^2
- C) 27 cm^2
- D) 28 cm^2
- E) 30 cm^2

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 18

Dach domu pokrywa część mieszkalną i gospodarczą. Najwyższa ściana domu ma wysokość h . Wymiary na szkicu są podane w metrach.



(CZVV)

2 punkty

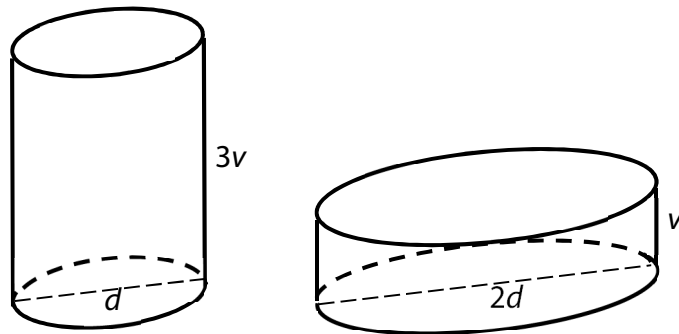
18 Ile wynosi wysokość h najwyższej ściany domu?

- A) mniej niż 3,5 m
- B) 3,5 m
- C) 3,6 m
- D) 3,7 m
- E) więcej niż 3,7 m

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 19

Dwa naczynia mają kształt walca. Pierwsze naczynie jest trzy razy wyższe od drugiego, ale średnicę dna ma dwa razy mniejszą od średnicy drugiego.

Pierwsze naczynie napełnimy wodą aż po krawędź, a potem całą wodę przelejemy do drugiego naczynia, które jest puste.



(CZVV)

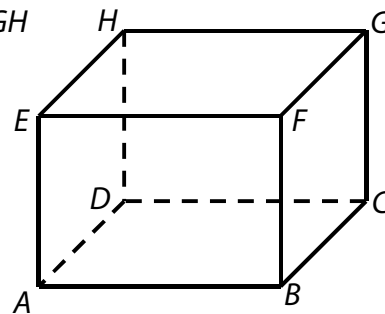
2 punkty

19 Jaką część objętości drugiego naczynia wypełni woda?

- A) $\frac{3}{4}$
- B) $\frac{2}{3}$
- C) $\frac{2}{9}$
- D) $\frac{1}{5}$
- E) Woda się przeleje, ponieważ objętość drugiego naczynia jest mniejsza niż objętość pierwszego naczynia.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 20

W prostopadłościanie $ABCDEFGH$ o kwadratowej podstawie $ABCD$ dane jest: wierzchołek C znajduje się w odległości 3 cm od krawędzi GH oraz w takiej samej odległości od przekątnej ściany BD , czyli $|C; \leftrightarrow GH| = |C; \leftrightarrow BD| = 3$ cm.



(CZVV)

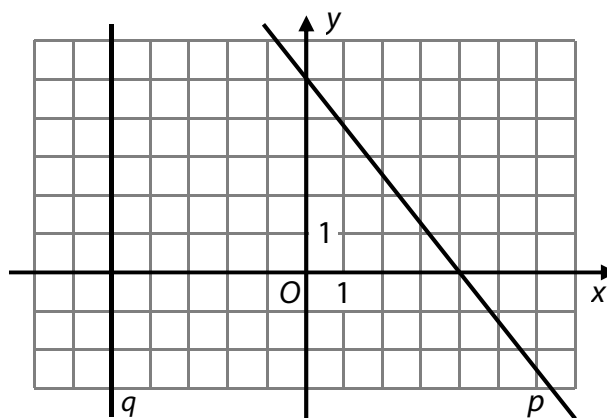
2 punkty

20 Ile wynosi objętość prostopadłościanu?

- A) 27 cm^3
- B) $27\sqrt{2} \text{ cm}^3$
- C) $27\sqrt{3} \text{ cm}^3$
- D) 54 cm^3
- E) inna objętość

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 21

Prosta p przecina osie współrzędnych w punktach przecięcia siatki.
Prosta q jest równoległa do osi y .



(CZVV)

2 punkty

21 Ile wynosi miara kąta między prostymi p, q ?

Wynik jest zaokrąglony do całych minut.

- A) $36^\circ 52'$
- B) $37^\circ 45'$
- C) $38^\circ 40'$
- D) $39^\circ 20'$
- E) więcej niż 40°

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 22

W ciągu arytmetycznym z pierwszym wyrazem $a_1 = 2$ dane jest, że dwukrotność sumy drugiego i trzeciego wyrazu tego ciągu równa się trzykrotności czwartego wyrazu tego ciągu.

(CZVV)

2 punkty

22 Do którego przedziału należy różnica tego ciągu?

- A) $\langle -1,5; -0,5 \rangle$
- B) $\langle -0,5; 0,5 \rangle$
- C) $\langle 0,5; 1,5 \rangle$
- D) $\langle 1,5; 2,5 \rangle$
- E) Taki ciąg nie istnieje.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 23

Uczniowie przygotowali dla swoich nauczycieli loterię z 30 losami. Co trzeci los wygrywa. Nauczycielom matematyki sprezentowali łącznie 4 losy.

(CZVV)

2 punkty

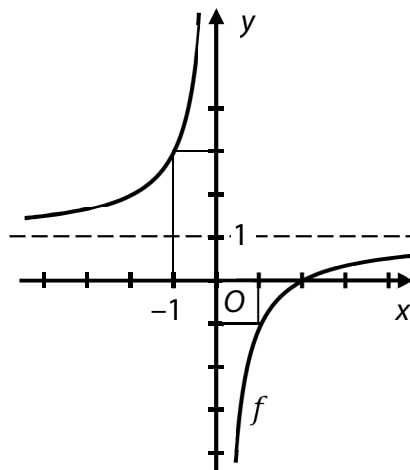
23 Jakie jest prawdopodobieństwo, że ani jeden z tych 4 sprezentowanych losów nie wygra?

Wynik jest zaokrąglony do części setnych.

- A) 0,16
- B) 0,18
- C) 0,20
- D) 0,25
- E) 0,33

TEKST ŹRÓDŁOWY I WYKRES DO ZADANIA 24

W kartezjańskim układzie współrzędnych Oxy sporządzono wykres funkcji homograficznej f w dziedzinie $\mathbf{R} \setminus \{0\}$.



(CZVV)

2 punkty

24 Który z podanych jest równaniem funkcji f ?

- A) $y = \frac{-2}{x}$
- B) $y = \frac{2}{x-2}$
- C) $y = \frac{x-2}{x+2}$
- D) $y = \frac{x-2}{-x+2}$
- E) $y = \frac{x-2}{x}$

maks. 4 punkty

25 Do każdej z następujących funkcji (25.1–25.4) w dziedzinie $\mathbb{R}$ przyporządkuj przeciwdziedzinę (A–F) danej funkcji.

25.1 $y = (x - 3)^2$ _____

25.2 $y = 3 + x^2$ _____

25.3 $y = x - 3$ _____

25.4 $y = 3$ _____

A) $\mathbb{R}$

B) $(-\infty; 0)$

C) $(-\infty; 3)$

D) $\langle 0; +\infty)$

E) $\langle 3; +\infty)$

F) $\{3\}$

maks. 3 punkty

26 Do każdej nierówności (26.1–26.3) rozwiązywanej w zbiorze $\mathbb{R}$ przyporządkuj odpowiedni zbiór wszystkich rozwiązań (A–E).

26.1 $x^2 \leq 0$ _____

26.2 $-2x \leq 4 - 2 \cdot 2$ _____

26.3 $\frac{2x^2 - 4x}{(x - 2) \cdot x} \leq 0$ _____

A) $\emptyset$

B) $\{0\}$

C) $\langle 0; +\infty)$

D) $(-\infty; 0)$

E) inny zbiór

SPRAWDŹ, CZY WPISAŁEŚ/AŚ WSZYSTKIE ODPOWIEDZI DO KARTY ODPOWIEDZI.
