MATEMATYKA

MAMZD18P0T01

TEST DYDAKTYCZNY

Maksymalna ilość punktów: 50
Próg zaliczenia: 33 %

1 Podstawowe informacje dotyczące zadań

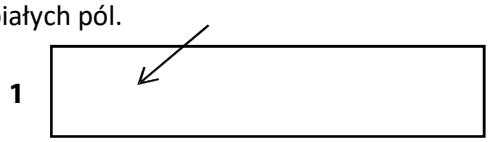
- **Test dydaktyczny** zawiera **26 zadań**.
- **Czas pracy** oznaczono **w kartach odpowiedzi.**
- **W czasie pracy można korzystać tylko z:** przyborów do pisania i rysowania, „Tablic matematyczno-fizyczno-chemicznych“ i prostego kalkulatora bez karty graficznej, nieposiadającego funkcji rozwiązywania równań i przekształcania wyrażeń algebraicznych.
- Obok każdego zadania umieszczono maks. ilość punktów.
- Odpowiedzi wpisuj do karty odpowiedzi.
- Notować można w arkuszu zadań, notatki nie zostaną ocenione.
- **Niejednoznaczny lub nieczytelny zapis zostanie uznany za błędny.**
- Pierwszą część testu dydaktycznego (zadania 1–15) tworzą **zadania otwarte.**
- W drugiej części testu dydaktycznego (zadania 16–26) zawarte są zadania zamknięte z wyborem odpowiedzi. We wszystkich zadaniach /lub ich częściach/ tylko **jedna odpowiedź jest poprawna.**
- Za brak rozwiązania lub nieprawidłowe rozwiązanie całego zadania **nie przydziela się punktów ujemnych.**

2 Zasady poprawnego zapisu odpowiedzi

- Pisz długopisem z **niebieskim lub czarnym** tuszem. **Pisz wyraźnie, czytelnie.**
- O ile będziesz rysować zwykłym ołówkiem, pogrub wszystko długopisem.
- Ocenione zostaną **tylko odpowiedzi umieszczone w karcie odpowiedzi.**

2.1 Wskazówki do zadań otwartych

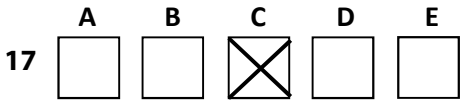
- Wyniki **wpisuj czytelnie** do wyznaczonych białych pól.



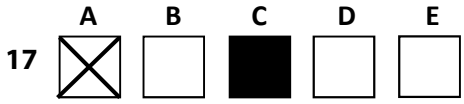
- Jeżeli wymagane jest całe rozwiązanie, przedstaw, oprócz wyniku, cały przebieg rozwiązania. Jeżeli podasz tylko wynik, to nie otrzymasz za to zadanie żadnych punktów.
- **Zapisy obok wyznaczonych** białych pól **nie zostaną ocenione**.
- Błędny zapis przekreśl i zapisz nowe rozwiązanie.

2.2 Wskazówki do zadań zamkniętych

- **Poprawną odpowiedź oznacz wyraźnie krzyżykiem w białym polu na karcie odpowiedzi**, wg rysunku – dokładnie.



- Jeżeli chcesz **zmienić odpowiedź**, starannie zakoloruj oznaczone pole, zaś wybraną odpowiedź oznacz krzyżykiem w nowym polu.



- Jakikolwiek inny sposób wpisywania odpowiedzi i wnoszenia poprawek uznany zostanie za odpowiedź błędną.

NIE OTWIERAJ ARKUSZA ZADAŃ, POCZEKAJ NA DECYZJĘ OSOBY NADZORUJĄCEJ!

Předmětem autorských práv Centra pro zjišťování výsledků vzdělávání
Informace veřejně nepřístupná podle §80b zákona č. 561/2004 Sb.

1 punkt

1 **Usuń nawiasy i uprość** $(n \in \mathbf{N})$**:**

$$2\left(3-\frac{n}{2}-\frac{n}{2}\right)\left(3+\frac{n}{2}+\frac{n}{2}\right)=$$

---

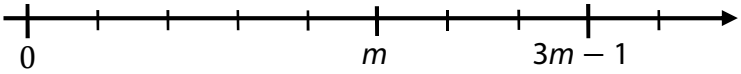
1 punkt

2 **Rozwiąż nierówność w zbiorze** R **a zbiór wszystkich rozwiązań zapisz w postaci przedziału.**

$$\frac{14-2x}{-2}+2<0$$

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 3

Na osi liczbowej zaznaczono położenie trzech liczb: 0, m i $3m-1$. Zaznaczone odcinki jednostkowe mają tę samą długość.



(CZVV)

maks. 2 punkty

3

3.1 Określ stosunek:

$$m \ : \ (3m-1)=$$

3.2 Na osi liczbowej zaznacz (grubą kreską) i opisz położenie liczby 1.

maks. 2 punkty

4 **Uprość dla** $y \in \mathbf{R} \setminus \{0; 1; 2\}$**:**

$$\frac{y - 1 - \frac{1}{y-1}}{2y^2 - 4y} =$$

W kartach odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania**.

---

maks. 2 punkty

5 **Rozwiąż w zbiorze** $\mathbf{R}$**:**

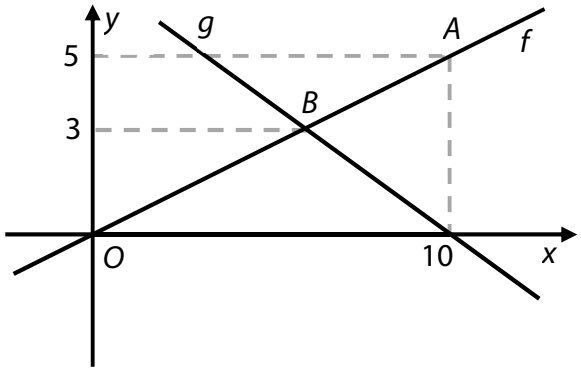
$$\frac{2}{3} \cdot \frac{x-2}{4} \cdot x = 1 - \frac{x}{6}$$

W kartach odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania**.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADAŃ 6–7

Wykresami funkcji f i g są proste. Wykres funkcji f przechodzi przez początek O oraz punkt A.

Wykresy funkcji f i g przecinają się w punkcie B.



(CZVV)

1 punkt

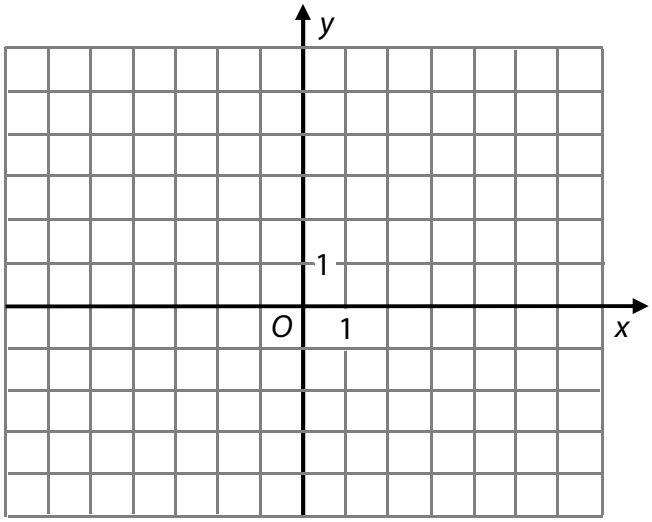
6 **Napisz wzór funkcji *f*.**

maks. 2 punkty

7 **Napisz równanie ogólne prostej, która jest wykresem funkcji *g*.**

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 8

Wykres funkcji kwadratowej *f* przechodzi przez punkty $A\ [-5;\ 0]$, $B\ [-4;\ 3]$, $C\ [-3;\ 4]$. Oś symetrii *o* wykresu funkcji kwadratowej *f* ma równanie $x = -3$.



(CZVV)

maks. 3 punkty

8

8.1 Napisz współrzędne wierzchołka $V[x; y]$ wykresu funkcji *f*.

8.2 Skonstruuj wykres funkcji *f* w kartezjańskim układzie współrzędnych *Oxy*.

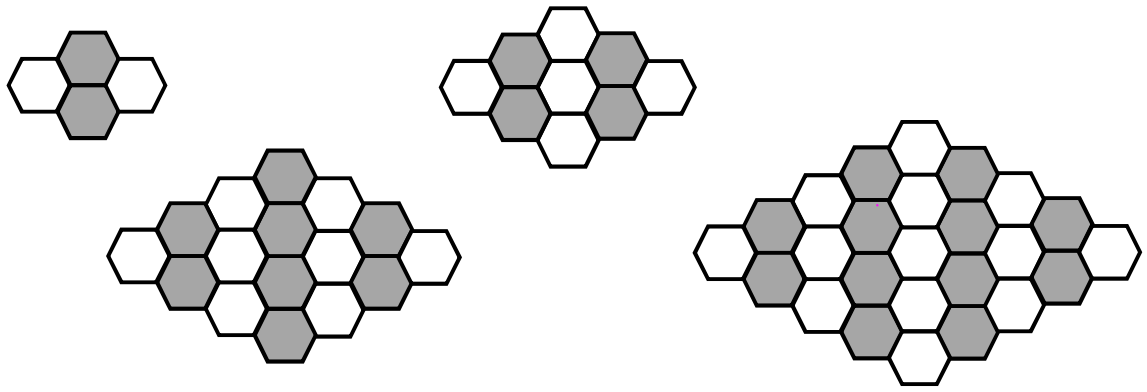
W karcie odpowiedzi popraw wykres **długopisem**.

8.3 Napisz zbiór wartości funkcji *f*.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 9

Figury składają się z białych i ciemnych sześciokątów zgrupowanych w kolumnach. Liczba sześciokątów w kolumnach zwiększa się stopniowo od lewej i od prawej krawędzi w kierunku środka figury.

Każda figura zawsze na początku i na końcu ma jeden biały sześciokąt.



(CZVV)

maks. 2 punkty

9 W jednej z kolejnych figur w **najdłuższej** kolumnie znajduje się **59** sześciokątów (nad sobą).

9.1 Podaj liczbę wszystkich **ciemnych kolumn** w tej figurze.

9.2 Podaj liczbę wszystkich **białych sześciokątów** w tej figurze.

TEKST ŹRÓDŁOWY I TABELA DO ZADAŃ 10–11

Zawody składają się z dwóch etapów. Punkty z obu etapów sumują się.

Na początku zawodów zawodnicy zostali podzieleni na dwie grupy. W tych grupach rozegrali pierwszy i drugi etap zawodów. Średnie wyniki są podane w tabeli.

	Liczba zawodników	Średnia liczba punktów przypadających na osobę		
		Pierwszy etap	Drugi etap	Całe zawody
Grupa A	20	3,0	4,4	
Grupa B	30	4,0	4,4	
Wszyscy	50			

(CZVV)

1 punkt

10 **Oblicz średnią liczbę punktów przypadających na osobę w <u>pierwszym etapie</u> zawodów.** (Uwzględnij wszystkich 50 zawodników.)

1 punkt

11 **Oblicz średnią liczbę punktów przypadających na osobę w <u>całych</u> zawodach.** (Uwzględnij wszystkich 50 zawodników.)

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADAŃ 12–13

Tajny szyfr spełnia następujące 3 zasady:

– szyfr może zawierać wyłącznie cyfry 1, 2, 3, 4, 5, 6;

– żadne cyfry w szyfrze się nie powtarzają;

– liczba cyfr w szyfrze jest taka sama jak pierwsza cyfra szyfru.

(Wymienione zasady spełniają szyfry 21, 326, 4325 itd.)

(CZVV)

1 punkt

12 **Podaj liczbę wszystkich szyfrów, które mają na pierwszym miejscu cyfrę 3.**

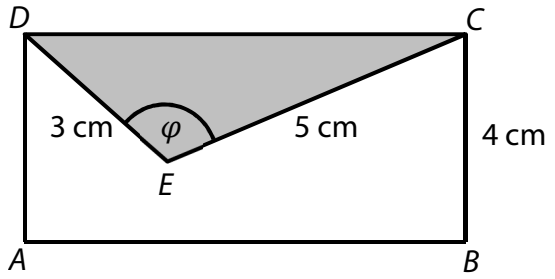
1 punkt

13 **Podaj liczbę wszystkich szyfrów, które mają na pierwszym miejscu cyfrę 4, 5 lub 6.**

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 14

W prostokącie *ABCD* o polu powierzchni 28 cm^2 znajduje się trójkąt *CDE*. Obie figury mają wspólny bok *CD*.

Dane jest: $|BC| = 4$ cm, $|CE| = 5$ cm, $|DE| = 3$ cm.



(CZVV)

maks. 2 punkty

14 Oblicz miarę kąta φ.

W kartach odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania**. Nie zapomnij zapisać podstawienia wartości liczbowych do wykorzystanych wzorów, obliczeń i jednostek.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 15

Pan Kot rozważa korzystną inwestycję, ale posiadany przez niego kapitał pokryłby tylko jedną trzecią inwestycji. Dlatego zaproponował współudział panu Małemu, który posiada kapitał o 200 milionów koron większy niż kapitał pana Kota.

Aby wspólnie pokryli całą inwestycję, każdy z nich musi zainwestować dokładnie połowę swojego kapitału.

(CZVV)

maks. 3 punkty

15 Przy użyciu równania lub układu równań **oblicz w koronach**

15.1 wartość kapitału pana Kota,

15.2 kwotę, którą zainwestuje pan Mały.

W karcie odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania** (opis niewiadomych, budowanie równania lub układu równań, rozwiązanie i odpowiedź).

maks. 2 punkty

16 **Ustal, czy każde z następujących twierdzeń (16.1–16.4) jest prawdziwe (T) dla wszystkich $a > b > 0$, czy nieprawdziwe (N).**

		T	N
16.1	$(ab - 2a)^2 = a^2(b-2)^2$	☐	☐
16.2	$\sqrt{a^2 - b^2} = a - b$	☐	☐
16.3	$\frac{a^{50}}{a^{10}} = a^5$	☐	☐
16.4	$a \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a^3}$	☐	☐

---

2 punkty

17 **Które z następujących równań ma dokładnie jedno rozwiązanie w zbiorze $\mathbf{R}$?**

A) $x^2 + 1 = 0$

B) $(x+1)^2 = x^2 + 1$

C) $x^2 - 1 = 0$

D) $x^2 = x$

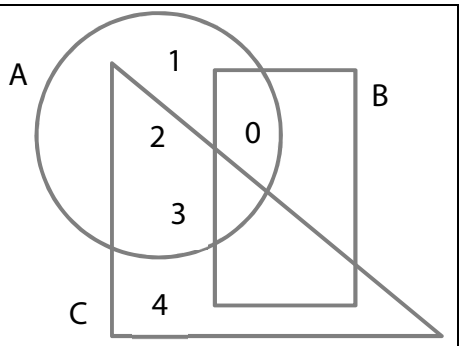
E) żadne z wyżej wymienionych równań

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 18

Na rysunku znajdują się zbiory A, B, C.

Zbiór A zawiera wszystkie liczby wewnątrz okręgu, zbiór B wszystkie liczby wewnątrz prostokąta a zbiór C wszystkie liczby wewnątrz trójkąta.

Sumą wszystkich trzech zbiorów jest zbiór pięcioelementowy {0; 1; 2; 3; 4}.



(CZVV)

2 punkty

18 Które z następujących wyrażeń jest prawdziwe?

A) $B = \emptyset$

B) $A \cap B = \emptyset$

C) $A \cap C = \emptyset$

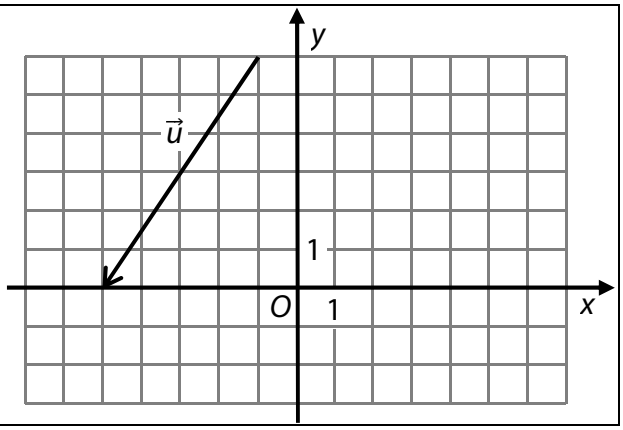
D) $B \cap C = \emptyset$

E) żadne z wyżej wymienionych wyrażeń

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 19

Wektor $\vec{u}$ jest przedstawiony w postaci odcinka skierowanego, którego punkt początkowy i końcowy leżą na przecięciu linii siatki.

Wektor $\vec{v} = (x; 10)$ jest prostopadły do wektora $\vec{u}$.



(CZVV)

2 punkty

19 Ile wynosi współrzędna x wektora $\vec{v}$?

A) −15

B) −12

C) −9

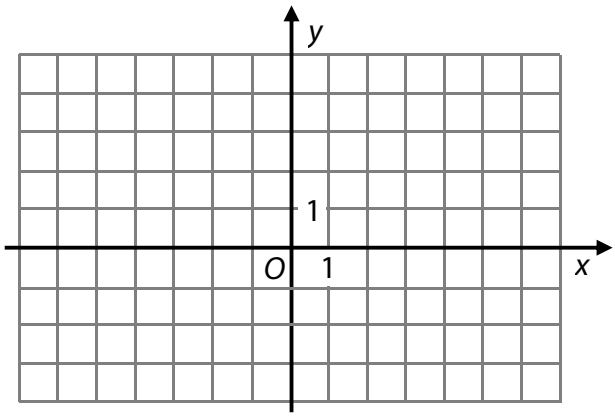
D) −8

E) Wektor $\vec{v} = (x; 10)$ nigdy nie może być prostopadły do wektora $\vec{u}$.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 20

Dane są wierzchołki prostokąta *ABCD*: $A\,[-3; 1]$, $B[-2; -1]$, $C\,[2; 1]$, $D\,[1; 3]$.

Na prostokącie *ABCD* jest opisany okrąg *k*.



(CZVV)

2 punkty

20 Ile wynosi pole powierzchni koła ograniczonego przez okrąg *k*?

A) 25π

B) $\frac{94}{5}\pi$

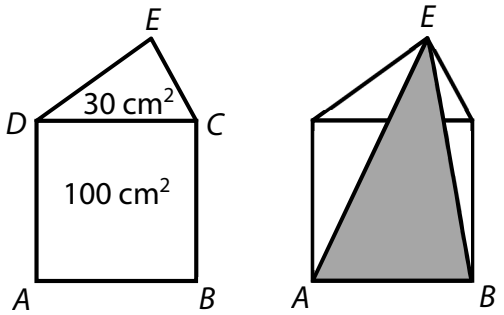
C) $\frac{25}{2}\pi$

D) 5π

E) $\frac{25}{4}\pi$

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 21

Pięciokąt *ABCED* składa się z kwadratu *ABCD* o polu powierzchni 100 cm^2 i trójkąta *CED* o polu powierzchni 30 cm^2.



(CZVV)

2 punkty

21 Ile wynosi pole powierzchni trójkąta *ABE* ?

A) mniej niż 75 cm^2

B) 75 cm^2

C) 78 cm^2

D) 80 cm^2

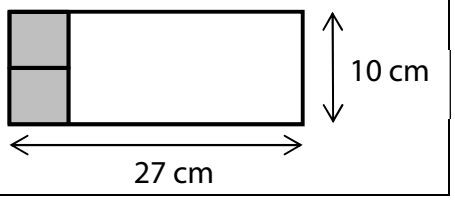
E) więcej niż 80 cm^2

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 22

Z papierowego prostokąta o rozmiarach 27 cm x 10 cm zostanie wykonany prostopadłościan.

Wyróżnione ciemne kwadraty będą wykorzystane jako podstawy prostopadłościanu, natomiast biała część zostanie rozcięta na ściany boczne prostopadłościanu (nie pozostaną żadne ścinki).

Krawędzie prostopadłościanu zostaną sklejone za pomocą taśmy klejącej a papier nie będzie nigdzie zachodził na siebie.



(CZVV)

2 punkty

22 Ile wynosi objętość prostopadłościanu?

A) 250 cm^3

B) 270 cm^3

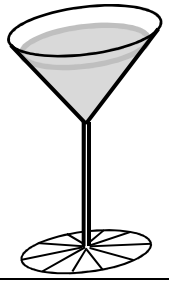
C) 275 cm^3

D) 550 cm^3

E) inna objętość

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 23

Woda o objętości $40{,}5\pi$ cm^3 wypełnia w kieliszku przestrzeń w kształcie stożka obrotowego. Woda nie sięga aż do krawędzi kieliszka, ale tylko do wysokości 6 cm od wierzchołka stożka.



(CZVV)

2 punkty

23 Ile wynosi pole powierzchni części kieliszka zakrytej wodą?

Wynik jest zaokrąglony do części dziesiętnych cm^2.

A) 51,9 cm^2

B) 54,3 cm^2

C) 106,0 cm^2

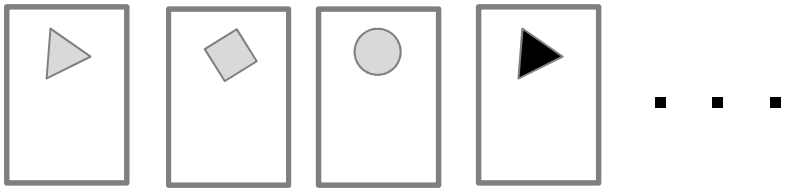
D) 169,5 cm^2

E) 211,9 cm^2

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 24

Każda z 9 różnych kart zawiera jedną z trzech figur (trójkąt, kwadrat, koło) w jednym z trzech kolorów (szary, czarny, niebieski).

Wszystkie karty potasujemy i losowo wybierzemy 2 karty.



(CZVV)

2 punkty

24 Ile wynosi prawdopodobieństwo, że żadna z obu wybranych kart nie będzie zawierała ani trójkąta, ani figury w kolorze czarnym?

A) $\frac{1}{6}$

B) $\frac{2}{9}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{4}{9}$

E) inne prawdopodobieństwo

maks. 4 punkty

25 **Do każdego równania (25.1–25.4) mającego rozwiązania w zbiorze $\mathbb{R}$ przyporządkuj przedział (A–E), w którym znajduje się rozwiązanie danego równania lub zbiór pusty (F), jeżeli równanie nie ma rozwiązania.**

25.1 $3^{2x} = 9^{-x}$ _____

25.2 $2^{2x} \cdot 2^{-x} = \frac{1}{2}$ _____

25.3 $\log(x-2) = \log(1-x)$ _____

25.4 $2 \cdot \log x = 1$ _____

A) $(-\infty;\ -1\rangle$

B) $(-1;\ 1\rangle$

C) $(1;\ 2\rangle$

D) $(2;\ 3\rangle$

E) $(3;\ +\infty)$

F) $\emptyset$

maks. 3 punkty

26 Do każdego zadania (26.1–26.3) przyporządkuj właściwy wynik (A–E).

26.1 Piotr ma 270 koron, czyli o połowę więcej, niż ma Karol.
Ile koron mają obaj chłopcy razem? _____

26.2 Lokata w wysokości 50 500 koron została założona na 2 lata. Roczna stopa oprocentowania wynosi 0,5 %, odsetki podlegają opodatkowaniu w wysokości 15 % i są naliczane zawsze na końcu roku.
O ile koron wzrośnie lokata w ciągu dwóch lat?
(Wynik jest zaokrąglony do całych liczb.) _____

26.3 Cena starego znaczka pocztowego w ciągu ostatniego roku dwa razy wzrosła, zawsze o 25% poprzedniej ceny. Teraz można go kupić za 750 koron.
Ile kosztował przed rokiem? _____

A) mniej niż 400 koron

B) 430 koron

C) 450 koron

D) 480 koron

E) inna liczba koron

SPRAWDŹ, CZY WPISAŁEŚ/AŚ WSZYSTKIE ODPOWIEDZI DO KARTY ODPOWIEDZI.