MATEMATYKA

MAMZD23P0T01

TEST DYDAKTYCZNY

Maksymalna ilość punktów: 50 **Próg zaliczenia: 33%**

1 Podstawowe informacje dotyczące zadań

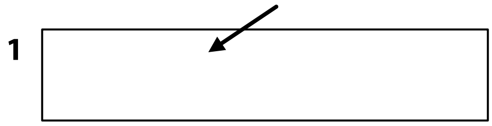
- **Test dydaktyczny** zawiera **25 zadań**.
- **Czas pracy** oznaczono **w kartach odpowiedzi**.
- **W czasie pracy można korzystać tylko z:** przyborów do pisania i rysowania, „Tablic matematyczno-fizyczno-chemicznych” i prostego kalkulatora bez karty graficznej, nieposiadającego funkcji rozwiązywania równań i przekształcania wyrażeń algebraicznych. Nie można używać kalkulatora programowalnego.
- Obok każdego zadania umieszczono maks. ilość punktów.
- Odpowiedzi wpisuj do karty odpowiedzi.
- **Niejednoznaczny lub nieczytelny zapis zostanie uznany za błędny.**
- Notować można w arkuszu zadań, notatki nie zostaną ocenione.
- Pierwszą część testu dydaktycznego (zadania 1–14) tworzą **zadania otwarte**.
- W drugiej części testu dydaktycznego (zadania 15–25) zawarte są zadania zamknięte z wyborem odpowiedzi. We wszystkich zadaniach /lub ich częściach/ **tylko jedna odpowiedź jest poprawna**.
- Za brak rozwiązania lub nieprawidłowe rozwiązanie całego zadania **nie przydziela się punktów ujemnych**.

2 Zasady poprawnego zapisu odpowiedzi

- Pisz długopisem z **niebieskim lub czarnym wkładem**. Pisz **wyraźnie, czytelnie, uważaj, by długopis nie przerywał**.
- O ile będziesz rysować zwykłym ołówkiem, pogrub wszystko długopisem.
- Ocenione zostaną **tylko odpowiedzi umieszczone w karcie odpowiedzi**.

2.1 Wskazówki do zadań otwartych

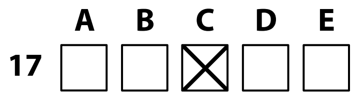
- Wyniki **wpisuj czytelnie** do wyznaczonych białych pól.



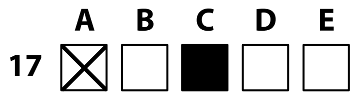
- Jeżeli wymagane jest całe rozwiązanie, przedstaw, oprócz wyniku, cały przebieg rozwiązania. Jeżeli podasz tylko wynik, to nie otrzymasz za to zadanie żadnych punktów.
- **Zapisy obok wyznaczonych** białych pól **nie zostaną ocenione**.
- Błędny zapis przekreśl i zapisz nowe rozwiązanie.

2.2 Wskazówki do zadań zamkniętych

- Poprawną odpowiedź oznacz wyraźnie krzyżykiem w białym polu na karcie odpowiedzi, wg rysunku – dokładnie.



- Jeżeli chcesz zmienić odpowiedź, starannie zakoloruj oznaczone pole, zaś wybraną odpowiedź oznacz krzyżykiem w nowym polu.



- Jakikolwiek inny sposób wpisywania odpowiedzi i wnoszenia poprawek uznany zostanie za odpowiedź błędną.

NIE OTWIERAJ ARKUSZA ZADAŃ, POCZEKAJ NA DECYZJĘ OSOBY NADZORUJĄCEJ!

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 1

Firma zarobiła w lutym tylko cztery piąte tego, ile zarobiła w styczniu.

(*CZVV*)

1 punkt

1 Oblicz, o ile procent więcej zarobiła firma w styczniu niż w lutym.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 2

Dany jest kwadrat o boku długości a.

Prostokąt, którego pole powierzchni wynosi 360 cm^2, ma jeden bok o 8 cm dłuższy od boku danego kwadratu, a drugi bok o 8 cm krótszy od boku danego kwadratu.

(*CZVV*)

1 punkt

2 Oblicz w cm^2 pole powierzchni danego kwadratu.
Nie zaokrąglaj wyniku ani częściowych obliczeń.

maks. 2 punkty

3 **Uprość dla** $x \in \mathbf{R} \setminus \{-2; 0; 2\}$**:**

$$\frac{1}{x+2} - \frac{\frac{x^2}{x^2-4}}{\frac{x}{2}} =$$

W karcie odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania**.

---

maks. 2 punkty

4 **Rozwiąż w zbiorze R:**

$$\frac{x+5}{x-1} + \frac{5x-1}{x^2-x} = \frac{5}{x}$$

W karcie odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania**.

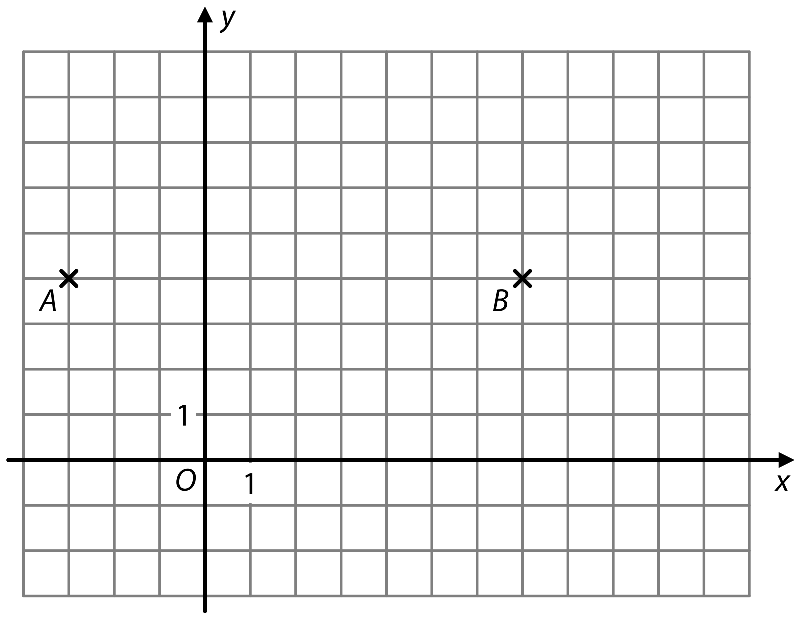
maks. 2 punkty

5 **Rozwiąż dla $x \in \mathbf{R}$, $y \in \mathbf{R}$ układ równań:**

$$x + 2y = 5$$
$$\frac{x}{2} = 10 - 4y$$

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 6

W kartezjańskim układzie współrzędnych *Oxy* zaznaczono dwa punkty przecięcia siatki *A*, *B*. Ich odległość jest dwukrotnie większa od odległości punktu *B* od punktu $K[7; k]$, gdzie $k \in \mathbf{R}$.



(*CZVV*)

maks. 2 punkty

6 **Określ współrzędną k.**
Wypisz wszystkie rozwiązania.

maks. 2 punkty

7 Dane jest wyrażenie:

$\log_2(8^{-x})$

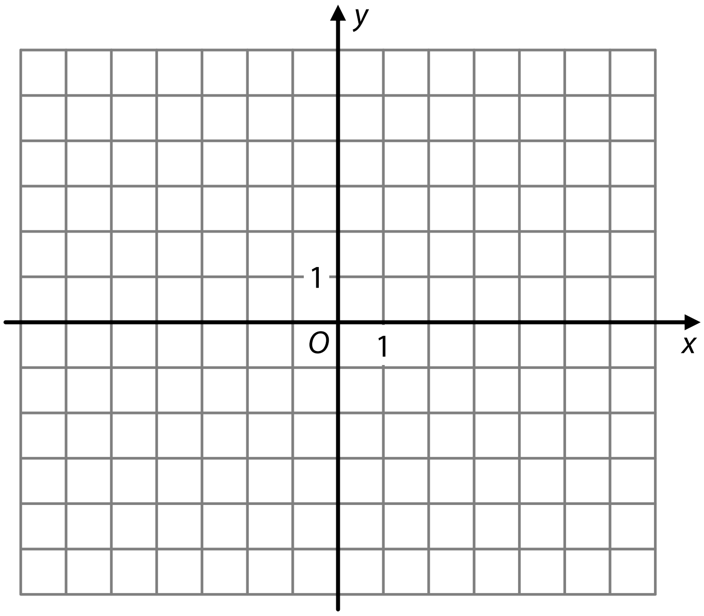
Określ wszystkie $x \in$ R, dla których wartość danego wyrażenia jest równa osiem.

W karcie odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania**.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 8

Wykresem funkcji $h\colon y = \dfrac{3}{x-2} - 4$ jest hiperbola o środku *S* (punkt *S* to punkt przecięcia asymptot).

Na wykresie funkcji liniowej f leży punkt *R*[−5; 1] i punkt *S*.



(*CZVV*)

maks. 2 punkty

8

8.1 Określ obie współrzędne środka *S*.

8.2 W kartezjańskim układzie współrzędnych *Oxy* skonstruuj wykres funkcji liniowej f.

W karcie odpowiedzi pogrub wszystko **długopisem**.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADAŃ 9–10

Dla $x \in \mathbf{R}$ jest dana funkcja:

$g: y = \sin\left(x + \frac{7\pi}{6}\right)$

(*CZVV*)

1 punkt

9 Oblicz obie współrzędne punktu przecięcia P wykresu funkcji g z osią współrzędnych y.

maks. 2 punkty

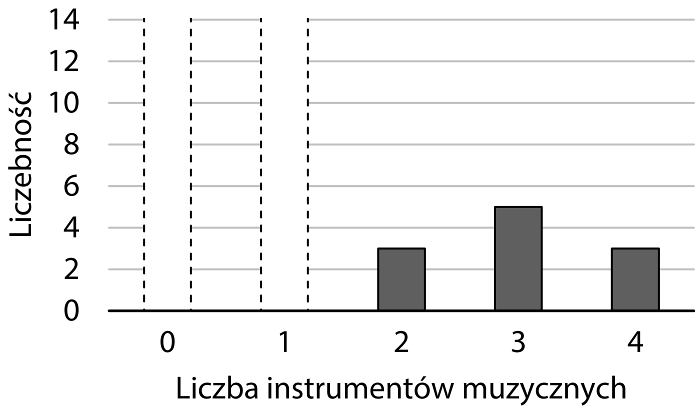
10 Określ <u>najmniejszą dodatnią</u> liczbę x, dla której obowiązuje:

$\sin\left(x + \frac{7\pi}{6}\right) = 1$

TEKST ŹRÓDŁOWY I WYKRES DO ZADAŃ 11–12

W klasie VI. A jest 25 uczniów.
Każdy z nich podał liczbę instrumentów muzycznych, na których gra.
Na wykresie liczebności wartości tej cechy brakuje dokładnie dwóch danych (liczba uczniów, którzy nie grają na żadnym instrumencie muzycznym, oraz liczba uczniów, którzy grają tylko na jednym instrumencie muzycznym).

Brakujące liczebności różnią się od siebie o 10.
Moda liczby instrumentów muzycznych wynosi 0.



(*CZVV*)

1 punkt

11 **Określ medianę liczby instrumentów muzycznych, na których gra uczeń klasy VI. A.**

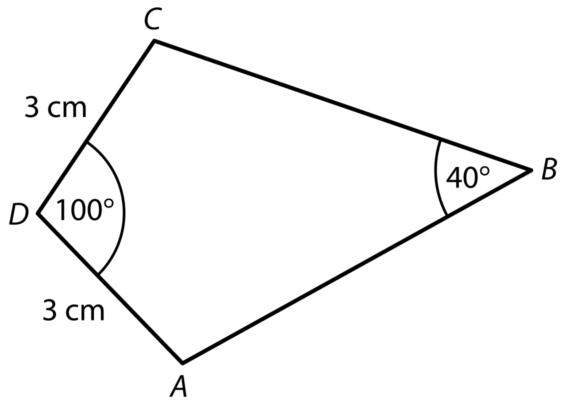
1 punkt

12 **Określ średnią arytmetyczną liczby instrumentów muzycznych, na których gra uczeń klasy VI. A.** Nie zaokrąglaj wyniku.

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 13

Czworokąt *ABCD* składa się z dwóch przystających trójkątów *ABD* i *CBD*.

Dane jest: $|AD| = |CD| = 3$ cm, $|\sphericalangle ADC| = 100°$, $|\sphericalangle ABC| = 40°$.



(*CZVV*)

maks. 3 punkty

13 Oblicz w cm długość przekątnej

13.1 *AC*,

13.2 *BD*.

Wyniki zaokrąglij do dziesiątych części cm.

W karcie odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania** obu części zadania.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 14

W ramach trzydniowej akcji promocyjnej przekazano kupony na jedno darmowe wejście do aquaparku.

Pierwszego dnia akcji wykorzystano dwie piąte wszystkich przekazanych kuponów. Każdego kolejnego dnia akcji wykorzystano o 15 kuponów mniej niż poprzedniego dnia.

Podczas całej trzydniowej akcji **nie została** wykorzystana tylko jedna dwudziesta wszystkich przekazanych kuponów.

(*CZVV*)

maks. 3 punkty

14 Przy użyciu równania lub układu równań **oblicz, ile przekazanych kuponów wykorzystano w drugim dniu akcji promocyjnej.**

W karcie odpowiedzi przedstaw cały **przebieg rozwiązania** (opis niewiadomych, ułożenie równania lub układu równań, rozwiązanie i odpowiedź).

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 15

W kartezjańskim układzie współrzędnych *Oxy* dana jest prosta

$$p\colon \begin{cases} x = 2 + 2t, \\ y = 1 - 4t, \quad t \in \mathbf{R} \end{cases}$$

(*CZVV*)

maks. 3 punkty

15 Oceń prawdziwość następujących zdań (15.1–15.3).
Zaznacz T – tak, jeśli jest prawdziwe, lub N – nie, jeśli nieprawdziwe.

		T	N
15.1	Prosta p przechodzi przez punkt $M[3; -1]$.	☐	☐
15.2	Wektor $\vec{u} = (2; 1)$ jest wektorem kierunkowym prostej p.	☐	☐
15.3	Prosta p jest prostopadła do prostej q: $2x + y = 0$.	☐	☐

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 16

Rada klubu sportowego liczy 11 członków, z których dokładnie trzech obejmie stanowiska przewodniczącego, wiceprzewodniczącego i gospodarza.

Kandydaturę na stanowisko przewodniczącego i na stanowisko wiceprzewodniczącego przyjęło wszystkich 11 członków rady, ale tylko 6 z nich przyjęło również kandydaturę na stanowisko gospodarza.

(*CZVV*)

2 punkty

16 Na ile sposobów można objąć wszystkie trzy stanowiska?

A) na 440 sposobów

B) na 540 sposobów

C) na 660 sposobów

D) na 1 440 sposobów

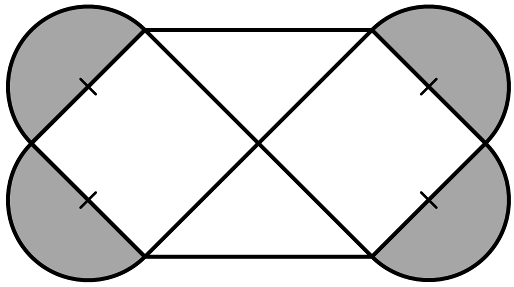
E) na inną liczbę sposobów

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 17

Figura zawiera cztery ciemne półkola i biały sześciokąt, który składa się z dwóch przystających kwadratów i dwóch przystających trójkątów równoramiennych.

Całkowite pole powierzchni ciemnych części figury wynosi 32π cm^2.

(Średnicą każdego półkola jest bok kwadratu.)



(*CZVV*)

2 punkty

17 Ile wynosi pole powierzchni białego sześciokąta?

A) 48 cm^2

B) 96 cm^2

C) 128 cm^2

D) 183 cm^2

E) 192 cm^2

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 18

Przestrzeń wewnętrzna dzbanka do mleka ma kształt walca obrotowego o średnicy podstawy 6 cm.

Przestrzeń wewnętrzna kubeczka całkowicie wypełnionego mlekiem do kawy ma kształt walca obrotowego o średnicy podstawy 2,4 cm i wysokości 1,5 cm.

Całą objętość mleka z kubeczka dolano do dzbanka z mlekiem.
(Dzbanek nie był przechylony, mleko się nie przelało.)

(*CZVV*)

2 punkty

18 O ile podniósł się poziom w dzbanku po dolaniu mleka z kubeczka?

A) o mniej niż 0,24 cm

B) o 0,24 cm

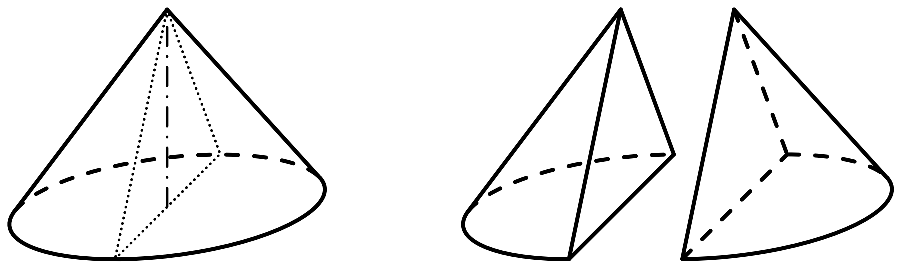
C) o 0,68 cm

D) o 0,72 cm

E) o więcej niż 0,72 cm

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 19

Drewniany stożek obrotowy o promieniu podstawy 12 cm i wysokości 16 cm podzielono przekrojem osiowym na dwa półstożki przystające.



(*CZVV*)

2 punkty

19 **Ile wynosi pole powierzchni <u>jednego</u> półstożka?**
Wynik jest zaokrąglony do całych cm^2.

A) 603 cm^2

B) 720 cm^2

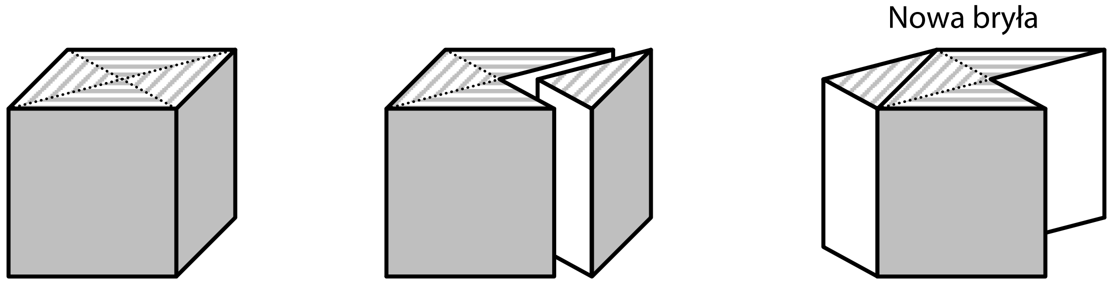
C) 795 cm^2

D) 1 206 cm^2

E) inne pole powierzchni

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 20

Dwoma pionowymi przekrojami poprzecznymi oddzielono z sześcianu o krawędzi długości 4 cm graniastosłup trójkątny, który tworzy jedną czwartą sześcianu. Oddzielony graniastosłup przesunięto tak, by jego ściana w kształcie kwadratu pokrywała się z przeciwległą ścianą sześcianu. W ten sposób powstała nowa bryła.



(*CZVV*)

2 punkty

20 **Ile wynosi pole powierzchni nowej bryły?**
Wynik jest zaokrąglony do całych cm^2.

A) 109 cm^2

B) 128 cm^2

C) 135 cm^2

D) 155 cm^2

E) inne pole powierzchni

2 punkty

21 **Dla której z następujących nierówności jest zbiorem wszystkich rozwiązań w zbiorze R przedział** $(7; +\infty)$**?**

A) $7 - x > 0$

B) $(x-7)^2 > 0$

C) $x^2 - 49 > 0$

D) $\dfrac{(x-1)^2}{x-7} > 0$

E) $\dfrac{x-7}{x-1} > 0$

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 22

Dane są przekształcenia trzech wyrażeń:

I. $\dfrac{a^{8n}}{a^{2n}} = \cdots = a^4$

II. $a^n \cdot \dfrac{a}{a^{-2}} = \cdots = a^{n+3}$

III. $(a^{8n})^2 = \cdots = a^{64n^2}$

(CZVV)

2 punkty

22 **Które wyrażenie było przekształcone poprawnie dla każdego** $a \in (0; +\infty)$ **i każdego** $n \in$ **N?**

A) Przynajmniej dwa z trzech wyrażeń były przekształcone poprawnie.

B) tylko **I.**

C) tylko **II.**

D) tylko **III.**

E) Żadne z trzech wyrażeń nie było przekształcone poprawnie.

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 23

W bębnie do losowania jest 6 czarnych i 4 białe piłeczki. Losowo wybieramy dwie piłeczki.

(*CZVV*)

2 punkty

23 Jakie jest prawdopodobieństwo, że obie wybrane piłeczki są tego samego koloru?

A) $\frac{7}{15}$

B) $\frac{1}{5}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{2}{3}$

E) inna wartość prawdopodobieństwa

TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 24

Firma przyznała swoim brytyjskim pracownikom dodatek mieszkaniowy w wysokości 1,2 funta za jard kwadratowy. Czeskim pracownikom firma przyznała odpowiedni dodatek w koronach za metr kwadratowy, korzystając z następujących zamian:

1 £ = 29,6 Kč
1 yd = 91,44 cm

(*CZVV*)

2 punkty

24 Jaka była wysokość dodatku mieszkaniowego, który firma przyznała czeskim pracownikom?
Dokładnie obliczona wartość jest zaokrąglona do części dziesiątych.

A) 29,7 Kč za 1 m^2

B) 30,9 Kč za 1 m^2

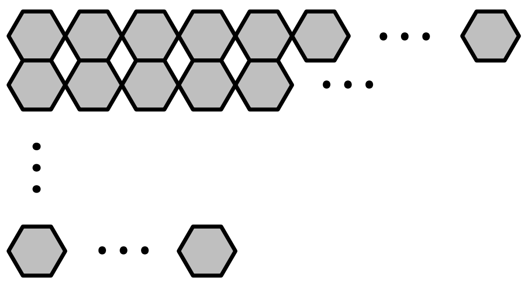
C) 32,4 Kč za 1 m^2

D) 38,8 Kč za 1 m^2

E) 42,5 Kč za 1 m^2

TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 25

Dwie różne mozaiki składają się z kilku rzędów identycznych sześciokątów.



25.1 Pierwsza mozaika zawiera 10 rzędów.
Najwięcej sześciokątów znajduje się w górnym rzędzie. W każdym kolejnym rzędzie jest o połowę sześciokątów mniej niż w rzędzie ponad nim.
W trzecim rzędzie **od dołu** jest 36 sześciokątów.

25.2 Druga mozaika zawiera nieparzystą liczbę rzędów.
Najwięcej sześciokątów znajduje się w górnym rzędzie. W każdym kolejnym rzędzie jest o 15 sześciokątów mniej niż w rzędzie ponad nim. Stąd najmniej sześciokątów znajduje się w dolnym rzędzie.
W środkowym rzędzie jest 260 sześciokątów, a w dolnym 140 sześciokątów.

(*CZVV*)

maks. 4 punkty

25 Przyporządkuj do każdego pytania (25.1–25.2) poprawną odpowiedź (A–F).

25.1 Ile sześciokątów znajduje się w górnym rzędzie pierwszej mozaiki? ______

25.2 Ile sześciokątów razem zawiera druga mozaika? ______

A) mniej niż 4 000

B) 4 096

C) 4 420

D) 4 608

E) 4 680

F) więcej niż 4 700

SPRAWDŹ, CZY WPISAŁEŚ/AŚ WSZYSTKIE ODPOWIEDZI DO KARTY ODPOWIEDZI.