

MATEMATIKA ROZŠIŘUJÍCÍ

MXMVD22C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

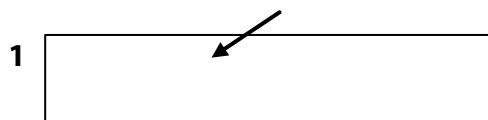
- **Didaktický test** obsahuje **22 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů. Nelze použít programovatelný kalkulačtor.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–11) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 12–22) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově zapíšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvíte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

1 Pro $a \in \mathbf{R} \setminus \{0; 1\}$ zjednodušte:

$$\left(\frac{a^{-1} - 1}{a - 1}\right)^{-1} =$$

max. 2 body

2 V oboru \mathbf{R} řešte:

$$2x \cdot \sqrt{x + 2} = \sqrt{x + 2}$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Ve firmě se konalo první kolo konkurzu, v němž každý uchazeč získal 0, 1, 2, nebo 3 body. Poté si každý ze tří vedoucích A, B, C pozval některé uchazeče na osobní pohovor.

Vedoucí A pozval 75 % všech uchazečů, což byli všichni ti, kteří získali 1 nebo 2 body.

Vedoucí B pozval pouze uchazeče, kteří získali 3 body, těch bylo o třetinu méně než uchazečů bez bodu.

Vedoucí C pozval jen uchazeče, kteří získali alespoň 2 body, těch bylo celkem 40 %.

(CZVV)

max. 2 body

3 Vypočtete,

3.1 kolik procent všech uchazečů získalo v prvním kole konkurzu 2 body,

3.2 kolik procent všech uchazečů bylo pozváno na jediný pohovor.

4 V oboru \mathbf{R} řešte nerovnici:

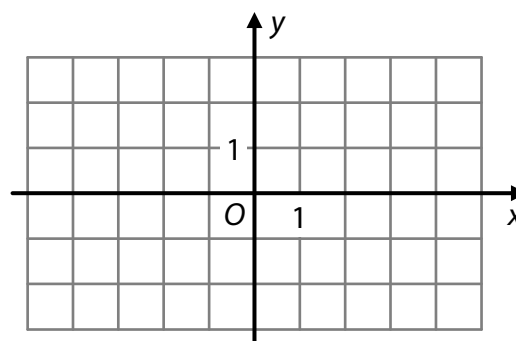
$$|17 - 2x| \leq 2x$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

Pro všechna přípustná $x \in \mathbf{R}$ je dána funkce:

$$f: y = (4 - x)^{\frac{1}{2}} - 1$$



(CZVV)

max. 2 body

5

- 5.1 Určete definiční obor funkce f .
- 5.2 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte graf funkce f .

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Stánek s ovocem byl v tržnici otevřen 3 dny. Před otevřením byl stánek prázdný.

Množství ovoce v kg, které do stánku přivezli v prvním, druhém a třetím dnu v tomto pořadí, bylo v poměru $3 : 2 : 1$. Množství ovoce v kg, které v jednotlivých dnech (ve stejném pořadí) ve stánku prodali, bylo v poměru $2 : 3 : 2$.

Na konci dne zůstávalo neprodané ovoce ve stánku. Druhý den zbylo ve stánku 60 kg ovoce, třetí den se všechno ovoce prodalo.

(CZVV)

max. 2 body

6 Vypočtete, kolik kg ovoce

- 6.1 přivezli do stánku třetí den,
- 6.2 prodali ve stánku druhý den.

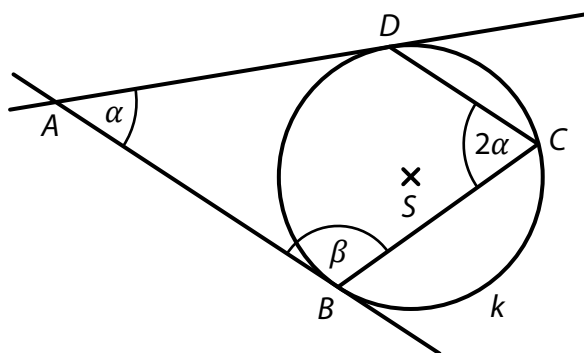
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Bod A leží ve vnější oblasti kružnice k se středem S .

Z bodu A jsou ke kružnici k sestrojeny dvě tečny, které se dotýkají kružnice k v bodech B, D .

Na kružnici k leží bod C , který je vrcholem **lichoběžníku** $ABCD$ se základnami AB a CD .

V lichoběžníku má vnitřní úhel při vrcholu A velikost α , při vrcholu B velikost β a při vrcholu C velikost 2α .



(CZVV)

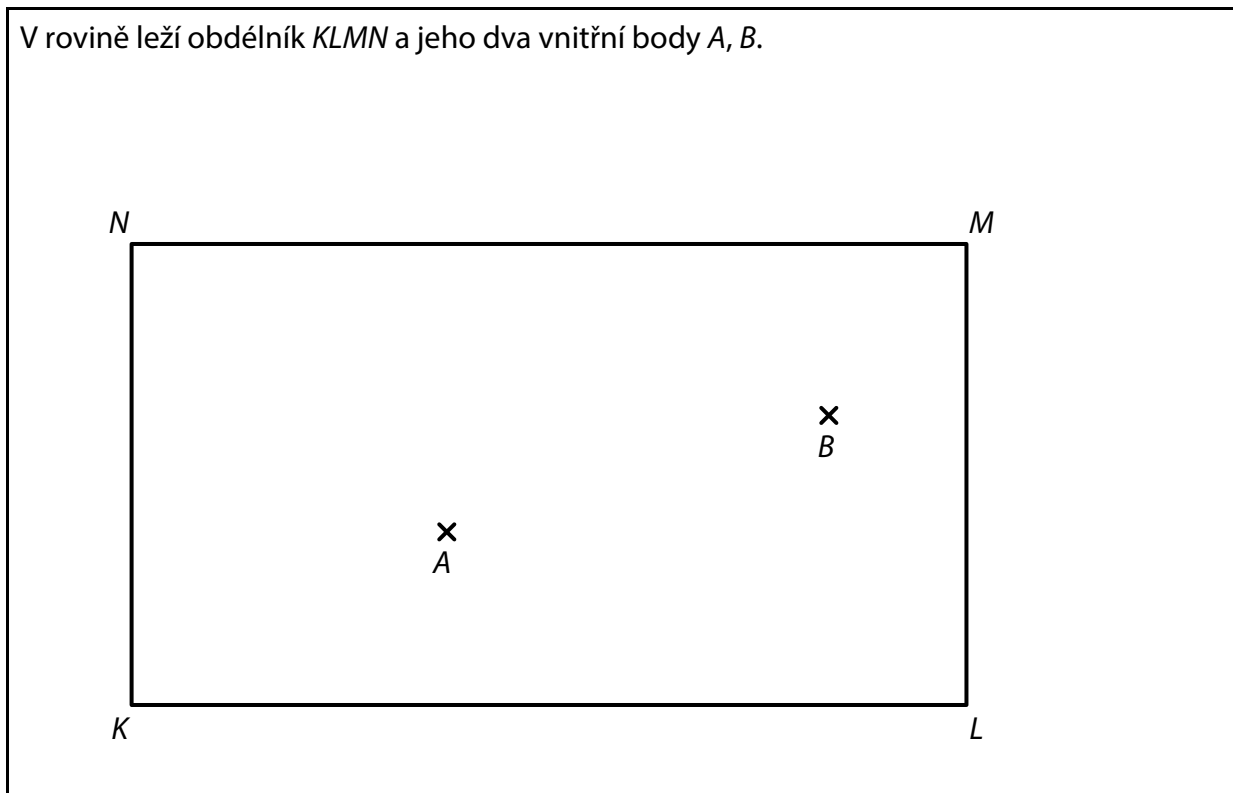
max. 2 body

7 Vypočtete

- 7.1 velikost α ,
- 7.2 velikost β .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině leží obdélník $KLMN$ a jeho dva vnitřní body A, B .



(CZVV)

max. 3 body

- 8** Body A, B jsou vrcholy rovnoběžníku $ABCD$. Zbývající dva vrcholy C, D tohoto rovnoběžníku leží na stranách obdélníku $KLMN$.
- 8.1 Hledáme vrcholy C, D rovnoběžníku $ABCD$.
Proveďte náčrtek rovnoběžníku $ABCD$ a запиšte rozbor nebo postup konstrukce.

- 8.2 V obrázku sestrojte chybějící vrcholy rovnoběžníku $ABCD$ a rovnoběžník narýsujte.
Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Nová metoda léčení byla testována na myších. Pravděpodobnost, že léčení touto metodou je úspěšné **alespoň** u jedné ze dvou náhodně vybraných myší, je 0,84.

Výsledky léčení jednotlivých myší jsou na sobě nezávislé.

(CZVV)

max. 2 body

9 Vypočtete pravděpodobnost, že u jedné náhodně vybrané myši bude léčení novou metodou úspěšné.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

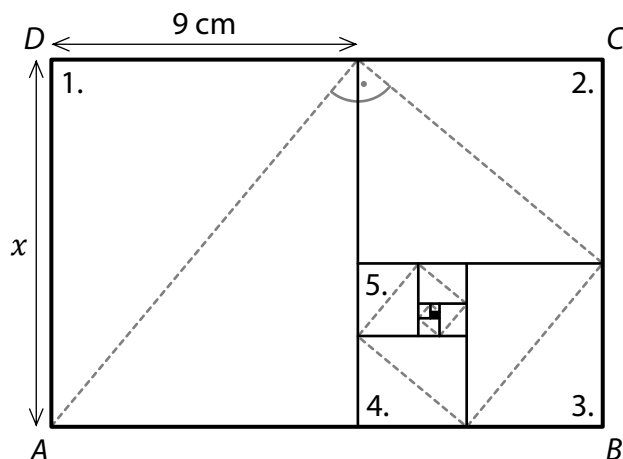
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Obdélník $ABCD$ se skládá z nekonečně mnoha stále se zmenšujících obdélníků (viz obrázek), které jsou v pořadí od největšího očíslovány.

V prvním obdélníku je délka strany AD rovna x , délka sousední strany je 9 cm.

V každých dvou po sobě jdoucích obdélnících jsou úhlopříčky vycházející ze společného vrcholu na sebe kolmé. Všechny tyto úhlopříčky tvoří lomenou čáru délky ℓ .

Poměr podobnosti $k \in (0; 1)$ každých dvou po sobě jdoucích obdélníků je konstantní.



(CZVV)

10

10.1 V závislosti na k vyjádřete délku x strany AD .

10.2 Vypočtěte hodnotu k pro $x = 6$ cm.

10.3 Vypočtěte délku ℓ lomené čáry pro $k = 0,8$. (Výsledek nezaokrouhľujte.)

V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy celý **postup řešení**.

11 Řešte v oboru \mathbb{R} :

$$\frac{\cos 2x}{\cos x} = \operatorname{tg} x$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

12 Přiradte ke každé úloze (12.1–12.3) její řešení (A–F).

- 12.1 Z množiny $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ vybereme tři různé **po sobě jdoucí** číslice a sestavíme z nich trojčíferné přirozené číslo.
(Můžeme sestavit např. čísla 201, 567, 897, 987.)

Kolik takových různých trojčíferných čísel lze sestavit? _____

- 12.2 Z množiny $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ vybereme tři různé číslice a sestavíme z nich trojčíferné přirozené číslo tak, aby jeho číslice byly (zleva) seřazeny sestupně.
(Můžeme sestavit např. čísla 210, 542, 741, 743.)

Kolik takových různých trojčíferných čísel lze sestavit? _____

- 12.3 Z množiny $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ vybereme tři různé číslice a sestavíme z nich trojčíferné přirozené číslo tak, aby největší z vybraných číslic byla na místě stovek.
(Můžeme sestavit např. čísla 201, 310, 524, 542.)

Kolik takových různých trojčíferných čísel lze sestavit? _____

- A) 36
- B) 40
- C) 46
- D) 52
- E) 56
- F) jiný počet

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

Je dána rovnice s reálným parametrem p :

$$x^2 + py^2 - 16y^2 - p = 0$$

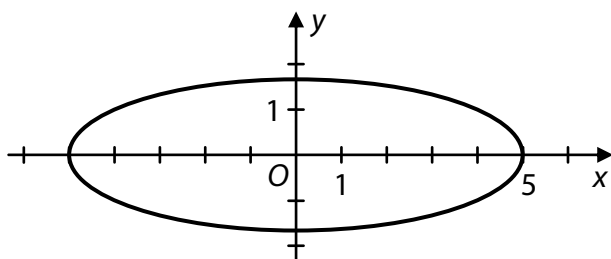
(CZVV)

max. 3 body

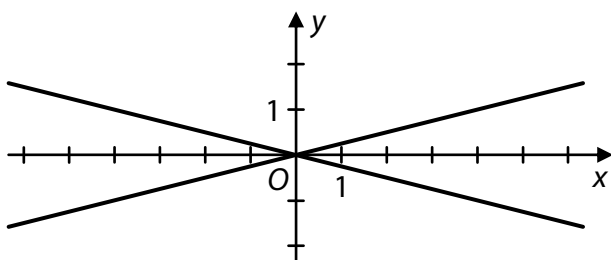
13 Každou z následujících množin bodů $X[x; y]$ (13.1–13.3) sestrojených v kartézské soustavě souřadnic Oxy lze popsat uvedenou rovnicí s konkrétní hodnotou parametru p .

Přiřadte ke každé množině (13.1–13.3) odpovídající hodnotu parametru p (A–F).

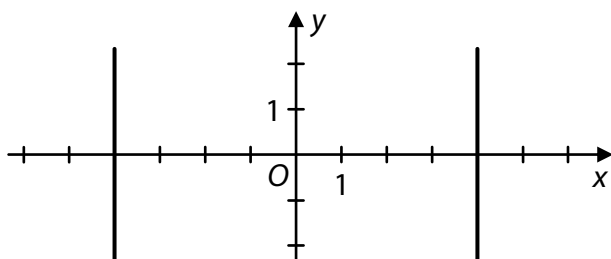
13.1



13.2



13.3



- A) $p = 0$
- B) $p = 4$
- C) $p = 9$
- D) $p = 16$
- E) $p = 25$
- F) jiná hodnota

2 body

14 Je dána posloupnost:

$$(a_n)_{n=1}^{\infty}, \text{ kde } a_n = n^2 - 3n$$

Kolik členů a_k dané posloupnosti splňuje podmínku $a_{k+1} - a_k \leq 60$?

- A) právě 29 členů
- B) právě 30 členů
- C) právě 31 členů
- D) nekonečně mnoho členů
- E) žádný člen

2 body

15 **Jaký je součet všech trojčiferných přirozených čísel dělitelných sedmi?**

- A) menší než 70 336
- B) 70 336
- C) 70 784
- D) 71 071
- E) větší než 71 071

2 body

16 Je dán mnohočlen s reálnými proměnnými x, y :

$$4xy^2 - 2y^3 + 2x^2 - xy - 4x + 2y$$

Který dvojčlen lze vytknout z daného mnohočlenu při rozkladu na součin?

- A) $2x + y$
- B) $2x - y$
- C) $y^2 - 1$
- D) $x + 2y^2$
- E) $x - 2y$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Jsou dány rovnice:

I. $2^{1-x} = -2$

II. $\log_{0,5}(2-x) = -2$

III. $\log_2(2-x) = \log_2(x-5)$

(CZVV)

2 body

17 **Která z uvedených rovnic nemá v oboru \mathbb{R} řešení?**

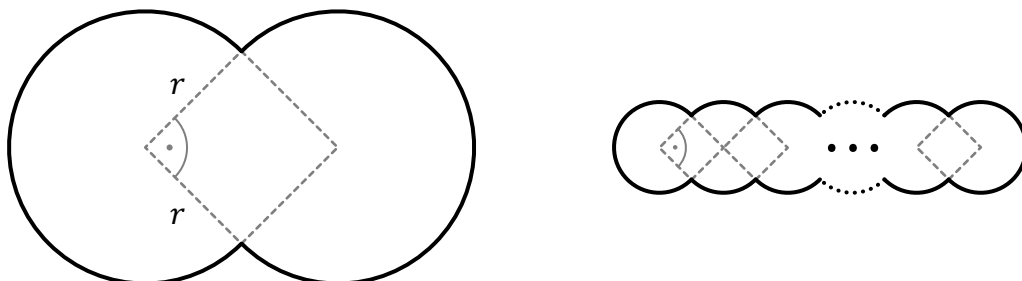
- A) pouze I.
- B) pouze II.
- C) pouze I. a II.
- D) pouze I. a III.
- E) I., II. a III.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

První obrazec vznikl částečným překrytím kruhu o poloměru r shodným kruhem.

Druhý obrazec vznikl z většího počtu kruhů o poloměru $\frac{1}{3}r$ tak, že druhý a každý další kruh překryl pouze předchozí kruh, a to stejným způsobem jako v prvním obrazci.

Oba obrazce mají **stejný obvod**.



(CZVV)

2 body

18 Z kolika kruhů vznikl druhý obrazec?

- A) z 8 kruhů
- B) z 10 kruhů
- C) z 12 kruhů
- D) ze 14 kruhů
- E) z jiného počtu kruhů

19 Krychli je jedna koule vepsána a druhá koule opsána.

Kolikrát je povrch opsané koule větší než povrch vepsané koule?

- A) 2krát
- B) $2\sqrt{2}$ krát
- C) 3krát
- D) $3\sqrt{3}$ krát
- E) jiný násobek

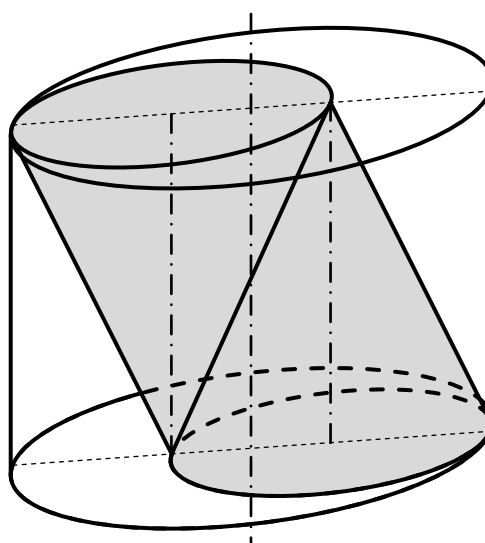
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Část skleněného rotačního válce tvoří dva shodné rotační kužele z šedého skla.

Každý z kuželů má osu rovnoběžnou s osou válce a podstavu, která leží uvnitř jedné z podstav válce a dotýká se pláště válce.

Kužele mají právě jednu společnou stranu. Tato strana protíná osu válce.

Zbytek válce je z čirého skla.



(CZVV)

2 body

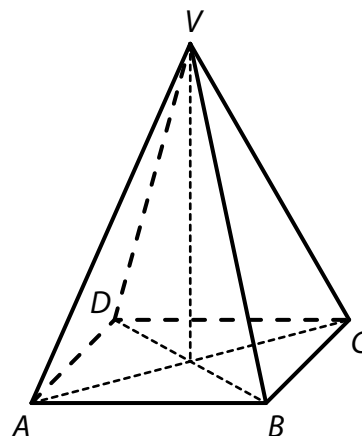
20 **Kolik procent objemu válce je z čirého skla?**

- A) alespoň 40 %, ale méně než 50 %
- B) alespoň 50 %, ale méně než 60 %
- C) alespoň 60 %, ale méně než 70 %
- D) alespoň 70 %, ale méně než 80 %
- E) alespoň 80 %

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

V kartézské soustavě souřadnic $Oxyz$ je umístěn pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$, pro který platí:

$$B[-1; 2; 0], D[3; -2; 2], V[5; 2; -3]$$



(CZVV)

2 body

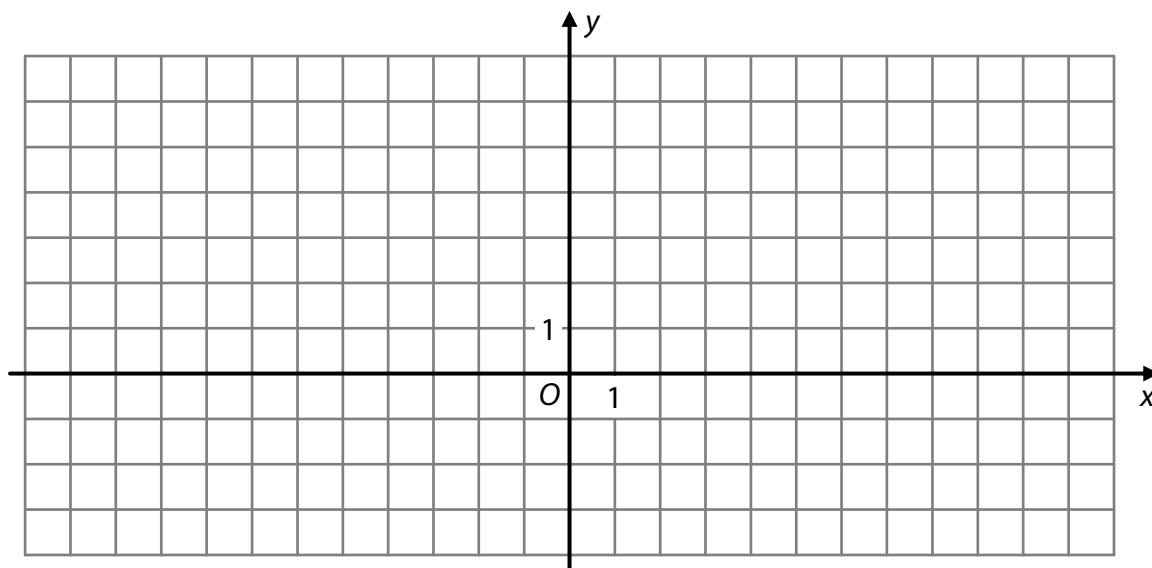
21 Jaká je rovnice roviny ABC ?

- A) $x + 2y + 2z - 3 = 0$
- B) $y + 2z - 2 = 0$
- C) $x - 2z + 1 = 0$
- D) $x - y - 1 = 0$
- E) $2x + y - 2z = 0$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Bod $S[-1; 3]$ je střed kosočtverce $ABCD$.

Strana AB tohoto kosočtverce leží na souřadnicové ose x a vrchol C na souřadnicové ose y .



(CZVV)

max. 3 body

22 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (22.1–22.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- | | A | N |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 22.1 Vzdálenost bodu S od přímky AB je stejná jako od přímky CD . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 22.2 $ BD = 3 \cdot AC $ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 22.3 Obsah kosočtverce je $S_{ABCD} = \frac{3}{5} \cdot AB \cdot BC $. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.
